

Trabajo Fin de Grado

Magisterio en Educación Primaria

La resolución de problemas aritméticos en el
primer curso de Educación Primaria

The arithmetic problem resolution in the first year
of Primary Education

Autora

M^a Mercedes Febrel Gregorio

Directora

Patricia Florentín Dueñas

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Año 2021

ÍNDICE

Resumen	4
1. Justificación y objetivos del trabajo.....	6
2. Marco teórico	9
2.1. La resolución de problemas, herramienta clave de la educación matemática	9
2.2. Los problemas matemáticos en el currículo de Educación Primaria	11
2.3. La estructura semántica de los problemas aritméticos.....	14
3. Diseño de la investigación.....	18
3.1. Contexto del centro y el aula	18
3.2. Análisis de los problemas en el libro de texto	19
3.3. Información sobre la resolución de problemas en el aula.....	27
3.3.1. Evaluación inicial	27
3.3.2. Análisis de resultados	30
3.4. Conclusiones y propuesta de trabajo	35
4. Metodología de trabajo	39
4.1. Diseño de la propuesta didáctica	39
4.2. Justificación de la elección de los problemas propuestos.....	42
5. Implementación de las sesiones en el aula y análisis de resultados.....	45
5.1. Desarrollo de las sesiones en el aula.....	45
5.1.1. Primera sesión.....	46
5.1.2. Segunda sesión.....	49
5.1.3. Tercera sesión	52
5.1.4. Cuarta sesión.....	56
5.2. Valoración de resultados y estrategias de resolución	59
5.3. Desarrollo de la evaluación final	65
5.4. Valoración de resultados.....	69
6. Discusión y conclusiones.....	72
7. Referencias bibliográficas	77

8. Anexos.....	79
Anexo 1. Prueba inicial.....	80
Anexo 2. Secuencia de problemas	83
Anexo 3. Prueba final	91
Anexo 4. Rúbrica de evaluación	93

RESUMEN

Este trabajo muestra una propuesta de enseñanza para la resolución de problemas aritméticos con niños y niñas del primer curso de la etapa de Educación Primaria. Esta propuesta parte de la necesidad de que la enseñanza de la resolución de situaciones problemáticas sea un instrumento para el desarrollo de conocimientos matemáticos promoviendo la producción de aprendizajes significativos y funcionales. Esto implica la construcción de significados y el desarrollo de la competencia matemática propiciando un aprendizaje verdaderamente comprensivo.

Esta intervención se fundamenta en un marco teórico profundizando en la resolución de problemas como herramienta clave de la educación matemática, la clasificación de los problemas aritméticos y en el análisis de la legislación vigente; todo ello concretado para el nivel, objeto de la propuesta. También, se ha caracterizado la enseñanza actual del aula donde se va a llevar a cabo la intervención, con el análisis del libro de texto utilizado y la valoración de la prueba indagatoria realizada. Posteriormente, se ha implementado la secuencia de enseñanza en el grupo de primero de Educación Primaria y se han valorado los resultados obtenidos de la intervención mediante una evaluación final. Por último, se han presentado las conclusiones de este documento.

PALABRAS CLAVE

Resolución de problemas, problemas aritméticos, procedimientos, Educación Primaria, situaciones, estrategias.

ABSTRACT

This academic work consists of a teaching proposal for the arithmetic problem resolution with the pupils of the first year of Primary Education. This proposal is based on the need that the teaching of math problems resolution should be an instrument for the development of mathematical knowledge, promoting the production of meaningful and functional learning. This implies the construction of meanings and the development of the mathematical competence, promoting truly comprehensive learning.

This intervention is based on a theoretical framework that deepens in the problem resolution as a key tool of mathematics education, the classification of arithmetic problems and the analysis of current legislation; that is specified for the level of this teaching proposal. Also, the current teaching of the classroom where the intervention is to be carried out has been characterized with the analysis of the textbook and the initial test. Subsequently, the teaching sequence has been implemented in the first level of Primary Education; and the results obtained from the intervention have been evaluated through a final evaluation. Finally, the conclusions of this document have been presented.

KEY WORDS

Problem resolution, arithmetic problems, procedures, Primary Education, situations, strategies.

1. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS DEL TRABAJO

En este trabajo presentamos una propuesta de intervención didáctica correspondiente a la enseñanza del proceso de resolución de problemas aritméticos aditivos en el primer curso de la etapa de Educación Primaria.

La elección de este tema ha sido motivada por el inmenso valor didáctico que posee la resolución de problemas. En primer lugar, proporciona significado, globalidad y funcionalidad a los conceptos matemáticos. En segundo lugar, ayuda a valorar la utilidad de los conocimientos matemáticos en la vida cotidiana. Por último, y no menos importante, contribuye al desarrollo de actitudes como la valoración de distintos puntos de vista, la confianza en las propias habilidades y la autoestima.

Asimismo, considero que este tema supone una importante relevancia para la comunidad docente, ya que la enseñanza de la resolución de problemas posee una triple función. Una función funcional, posibilitando la comprensión y resolución de situaciones problemáticas cotidianas. Una función formativa, desarrollando las capacidades de razonamiento y abstracción. Y una función instrumental, como motor de la adquisición de conocimientos, de la autonomía personal para acceder a aprendizajes futuros y el desarrollo integral de la persona.

Por tanto, creemos fundamental, que los niños, con el cambio de etapa de Educación Infantil a Educación Primaria, deben de aprender cómo resolver problemas. Con nuestra propuesta, no solo pretendemos una enseñanza de diferentes tipos de problemas aritméticos aditivos. Además, los alumnos deben conocer las distintas fases que engloba la resolución de situaciones problemáticas. Todo esto, partiendo de un enfoque donde los niños usan sus conocimientos informales y representan con materiales las acciones y relaciones que aparecen en el enunciado de los problemas, utilizan estrategias y técnicas de recuento, para después hacer una transición al aprendizaje formal de las operaciones aritméticas.

Concluimos que la enseñanza del proceso de resolución de problemas aritméticos en el nivel educativo de primero de Educación Primaria constituye una herramienta vehicular de la educación matemática y, en este sentido, presentamos una secuencia de enseñanza que va a ser desarrollada en el aula.

Para ello, este Trabajo Fin de Grado se estructura de la siguiente manera:

En el capítulo 2 se desarrolla el marco teórico donde se exponen las diferentes investigaciones que fundamentan la resolución de problemas como piedra angular de la educación matemática. También, se describe la clasificación de los problemas planteados en la intervención y sus implicaciones didácticas. Y, por último, en este mismo capítulo se analiza el objeto matemático en cuestión en el currículo oficial de nuestra Comunidad Autónoma.

El capítulo 3 se dedica al diseño de la investigación, detallando el contexto del centro y aula, analizando los problemas del libro de texto y explicando el proceso de resolución de problemas practicado en el aula, en base al análisis de los resultados de una prueba inicial realizada.

En el capítulo 4 explicamos el diseño de nuestra propuesta didáctica, la metodología que vamos a utilizar y la justificación de los problemas planteados.

En el capítulo 5 se describe el desarrollo de las sesiones de la secuencia de enseñanza y la valoración de los resultados. También se exponen los resultados de la evaluación final desarrollada.

Por último, en el capítulo 6 se exponen las conclusiones y valoraciones finales de este documento.

Los objetivos propuestos a alcanzar con este trabajo este Trabajo Fin de Grado orientado a trabajar la resolución de problemas en el nivel de primero de Educación Primaria son los siguientes:

1. Establecer un marco teórico y un análisis legislativo sobre la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos en el que se fundamenta nuestra propuesta de intervención.
2. Caracterizar la enseñanza actual de la resolución de problemas en el primer curso de Educación Primaria desde el contexto del aula, el análisis del libro de texto utilizado y la valoración de los resultados de la prueba indagatoria realizada.

3. Diseñar una propuesta de trabajo con la secuencia justificada de los problemas propuestos para el grupo del nivel de primero de Educación Primaria.
4. Implementar y evaluar una propuesta de enseñanza de la resolución de situaciones aditivo-concretas, contextualizadas y cercanas al entorno del alumno.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. La resolución de problemas, herramienta clave de la educación matemática

A continuación voy a exponer el papel clave del aprendizaje de la resolución de problemas en la educación matemática:

Según Martínez y Sánchez (2013), los problemas matemáticos escolares suponen un procedimiento sencillo para llegar a la matematización de situaciones de la vida cotidiana, son un entrenamiento en la aplicación del lenguaje matemático y suponen la puesta en práctica de capacidades que permitan al alumnado proyectar sus conocimientos más allá de las situaciones escolares.

Es decir, la resolución de problemas es una herramienta vehicular para otros aprendizajes. Constituyen el eje de la actividad matemática y son fuente y soporte principal del aprendizaje a lo largo de la etapa de la Educación Primaria, puesto que forman la piedra angular de la educación matemática.

En este sentido, siguiendo a Martínez y Sánchez (2013), los problemas escolares son un recurso de multitud de situaciones matemáticas productivas que establecen el lugar donde comienza a conectar el lenguaje matemático con el lenguaje verbal real, son un instrumento para el desarrollo de las operaciones básicas, y por último, y no menos importante, ofrecen un marco motivador para desarrollar destrezas de búsqueda, planificación y capacidad de cálculo.

En la resolución de un problema se requieren y utilizan capacidades básicas como: leer, reflexionar, planificar, establecer estrategias y procedimientos y revisarlos, comprobar la coherencia de la solución y comunicar los resultados. Asimismo, implica profundizar en los problemas, planteando variaciones en los datos, otras preguntas, verbalizar de forma razonada el proceso seguido en su resolución, utilizar el razonamiento matemático y estrategias basadas en la experiencia, realizar los cálculos necesarios utilizando distintas vías y comprobar la coherencia de las soluciones obtenidas. Estas características esenciales de la actividad matemática se manifiestan mientras se resuelven problemas, por ello, la resolución de problemas es un lugar privilegiado para la producción de aprendizajes significativos y funcionales (Puig Espinosa y Cerdán, 1998).

Estos aprendizajes significativos se van a favorecer utilizando contextos reales y familiares al niño. En este sentido, Jimeno (2006) nos indica que debemos partir de situaciones reales y significativas para los alumnos, que nos ayuden a interpretar el mundo en el que vivimos. Además, los alumnos son aprendices activos, deben adoptar un papel protagonista en su propio aprendizaje. Por otro lado, De Castro y Escorial (2007) afirman que los problemas que los niños asumen como propios suponen un modelo más adecuado de situación para el trabajo en la resolución de problemas.

En la misma línea, Echenique (2006) apunta que los docentes debemos enseñar un tratamiento adecuado, analizando estrategias y técnicas de resolución, verbalizando el pensamiento y contrastándolo con el de los compañeros. Debemos enseñarles los procesos de resolución, favoreciendo un clima propicio en el aula para la adquisición de las correspondientes destrezas y hábitos.

En relación a la metodología del aprendizaje de la resolución de problemas, en base a las aportaciones de Jimeno (2006), debemos conceder una gran importancia a las interacciones sociales, ya que el conocimiento se construye a partir de la discusión, la colaboración y los significados compartidos. En decir, se trata de la creación de una comunidad de aprendizajes en el aula, donde los alumnos pueden hablar, pensar, exponer e intercambiar sus puntos de vista matemáticos para construir significados compartidos mediante un aprendizaje social.

Además, debemos tener en cuenta, como principio metodológico, según indican De Castro y Ramírez (2016), el uso de materiales manipulativos para facilitar el aprendizaje de nuevos conceptos, dando importancia al trabajo práctico y concreto.

Para el proceso de resolución de un problema aritmético Polya (1995) distingue las siguientes fases:

1. Comprender el problema.
2. Concebir un plan.
3. Ejecutar el plan
4. Examinar la solución obtenida.

Sin embargo, Martínez y Sánchez (2013), argumentan que estas fases no son adecuadas para su aplicación en el aula ya que los maestros deben proporcionar a los niños los elementos que les permitan comprender y adquirir capacidades para elaborar un plan, así que, agrupa estas fases en dos momentos. Por un lado, lo referente al

proceso de la lectura y comprensión del enunciado, así como su representación mental. Por otro lado, el que concierne a la resolución, incluyendo la elección de los algoritmos, conocimientos técnicos y comprobación del resultado. De esta manera, se puede ver que la actuación metodológica está más enfocada y facilita su aplicación.

2.2. Los problemas matemáticos en el currículo de Educación Primaria

Una vez analizado el papel fundamental de la resolución de problemas y cuestiones clave para llevar a cabo su aprendizaje en el aula, voy a realizar una descripción de cómo aparecen estos contenidos de la etapa de Educación Primaria, enfocado en el currículo actual. Para ello, me basaré en la legislación vigente de acuerdo a la Orden de 16 de junio de 2014 de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón (BOA del 20 de junio de 2014).

En primer lugar, en el Artículo 3." Contextualización a la realidad de la Comunidad Autónoma", se subraya que para dar respuesta a las necesidades de nuestro contexto autonómico, una de las estrategias del currículo de la Comunidad Autónoma de Aragón es el siguiente: "El desarrollo de habilidades y estrategias para la resolución de problemas que se presentan en la realidad cotidiana."

Asimismo, la Orden de 16 de junio de 2014 señala en el Artículo 5 que uno de los objetivos generales de la Educación Primaria es "Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana."

De la misma manera, dicha orden recalca su importancia en el Artículo 9. Principios metodológicos generales destacando como uno de los principios metodológicos para toda la etapa el siguiente:

La preparación para la resolución de problemas de la vida cotidiana. Requiere un entrenamiento en la búsqueda reflexiva y creativa de caminos y soluciones ante dificultades que no tienen una solución simple u obvia. Las habilidades relacionadas con la resolución de problemas se relacionan con la

planificación y el razonamiento pero también con la adaptación a nuevas situaciones, la intuición, la capacidad de aprender de los errores y de atreverse a probar, con el desarrollo del pensamiento reflexivo, crítico y creativo y con el emprendimiento.

De forma más concreta, en el anexo II de la Orden, se profundiza en el área de matemáticas señalando que se debe priorizar un tratamiento instrumental de las matemáticas escolares incidiendo en el proceso y aplicación del razonamiento para la resolución de problemas relacionados con situaciones cotidianas, desarrollando actitudes como el esfuerzo, espíritu de superación, confianza en las propias posibilidades, curiosidad y disposición positiva a la reflexión, etc.

Por tanto, la legislación vigente refleja que los procesos de resolución de problemas constituyen el eje vehicular de la actividad matemática.

Asimismo, la competencia matemática conlleva desarrollar el razonamiento y los elementos matemáticos e integrarlos con otros tipos de conocimiento para resolver problemas relacionados con la realidad concreta que vive el alumno, así como para tomar decisiones. De hecho, una de las funciones de las matemáticas en Educación Primaria es posibilitar la comprensión y resolución de problemas de la vida cotidiana, es decir, tiene una función funcional.

Respecto a los contenidos, el currículo se ha organizado en cinco bloques. En todos ellos, pero especialmente en el Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas, que es la columna vertebral del resto de los bloques, se refiere a la planificación del proceso de resolución de problemas del entorno escolar reflexionando sobre el proceso aplicado, su conexión con la realidad y su utilidad de los conocimientos tratados. Es decir, estos contenidos se plantean como el eje común del currículo del área.

Así podemos observar los siguientes criterios de evaluación del curso de primero relacionados con la resolución de problemas, ya que dicho curso es objeto de mi trabajo:

Bloque 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

Crit.MAT.1.1. Expresar verbalmente el proceso seguido en la resolución de un problema.

Crit.MAT.1.2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas del entorno escolar, realizando los cálculos necesarios.

Crit.MAT.1.7. Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados para la resolución de problemas.

Bloque 2. Números

Crit.MAT.2.9 Resolver problemas relacionados con situaciones del entorno escolar y familiar que suponen la lectura, escritura, interpretación y ordenación de números naturales hasta la centena aplicando operaciones de suma y resta explicando oralmente el proceso aplicado.

Tras un análisis del currículo aragonés en la etapa de Educación Primaria, podemos observar que el tratamiento de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje juega un papel fundamental.

De modo general, tal y como indican Puig Espinosa y Cerdán (1998), en el currículo actual los problemas están concebidos como una aplicación de los conocimientos matemáticos adquiridos a situaciones de la vida real.

Sin embargo, investigaciones más recientes apuntan que lo idóneo es enfrentar a los alumnos a la resolución de problemas de situaciones cercanas en vez de institucionalizar los conocimientos matemáticos. Es decir, los conocimientos no se pueden enseñar como departamentos estancos. Para que exista una verdadera comprensión, tiene que ser el propio niño el que construya su propio conocimiento a través de la acción y la interacción desarrollando estrategias de resolución de un problema (Cid et al, 2013).

Además, consideramos que las indicaciones didácticas son demasiado genéricas como orientación en la labor docente. Por ejemplo, no se refleja una guía de progresión en la enseñanza de los diferentes tipos de problemas.

Por ello, es necesario que los maestros tengamos los conocimientos teóricos y metodológicos necesarios para plantear a los alumnos enunciados que realmente posean las características de un problema, que les invite a planificar, razonar, para llegar a la solución.

2.3. La estructura semántica de los problemas aritméticos

Los problemas aritméticos pueden ser problemas de una etapa, cuando se relacionan dos datos numéricos y se resuelven por medio de una única operación aritmética; o pueden ser de varias etapas si aparecen más de dos datos y más de una relación y se resuelven a través de más de una operación aritmética.

Se han llevado a cabo numerosas investigaciones sobre la clasificación de los problemas desde un enfoque semántico, centrado en el significado del enunciado verbal.

A continuación, en base a la clasificación realizada por Ramírez (2015), voy a describir detalladamente los problemas aritméticos de una etapa de estructura aditiva que utilizaré en mi propuesta didáctica de este trabajo.

Los problemas de **combinación** representan situaciones donde hay dos cantidades parciales que se combinan para dar una cantidad total. Estos problemas se consideran estáticos, sin que exista ningún tipo de acción. En este tipo de problemas, la incógnita puede estar presente en la cantidad total o en una de las partes. Modelizan situaciones de agrupar (combinar) si es de suma, o separar (disgregar) si es de resta.

Teniendo en cuenta la posición de la incógnita nos encontramos con las siguientes subcategorías:

1. Problemas con la incógnita en el conjunto total.
2. Problemas con la incógnita en una parte.

Los problemas de **cambio** describen una secuencia temporal de sucesos, con una cantidad inicial, la cual es modificada por una acción, que añade o quita cierta cantidad resultando una cantidad final. Modelizan situaciones de añadir si es de suma o quitar si es de resta. Se distinguen 3 elementos: cantidad inicial, cantidad de cambio y cantidad final. Dependiendo de si la acción añade o quita, el problema es de *cambio creciente* o *cambio decreciente*. En los problemas de *cambio creciente* se produce una acción por la cual cantidad inicial aumenta en una cantidad dada (cantidad de cambio), resultando una cantidad final mayor que la inicial. Si la acción que modifica la cantidad inicial disminuye dicha cantidad, es un problema de *cambio decreciente*.

Teniendo en cuenta que la incógnita puede ser la cantidad final, la cantidad de cambio o la cantidad inicial, podemos distinguir los siguientes tipos de problemas aritméticos de cambio, ya sea creciente o decreciente:

1. Problemas de cambio con la incógnita en la cantidad final.
2. Problemas de cambio con la incógnita en la cantidad de cambio.
3. Problemas de cambio con la incógnita en la cantidad inicial.

Los problemas de **comparación**, como su nombre indica, comparan cuantitativamente dos cantidades. Es decir, representan una relación estática ya que no hay acciones sobre las cantidades, donde una de las cantidades se compara con la otra, estableciendo de manera exacta una diferencia entre ambas. Modelizan situaciones de comparación y se resuelven con una suma o una resta. Se distinguen tres cantidades: cantidad de referencia, cantidad comparada y la diferencia entre las dos. Dependiendo de la expresión del enunciado nos podemos encontrar con problemas de aumento o disminución. En los problemas de aumento, cuando se utiliza “más que”, la cantidad comparada es mayor que la cantidad de referencia. Por el contrario, en los problemas de disminución, cuando se utiliza “menos que”, la cantidad comparada es menor que la cantidad de referencia.

Teniendo en consideración qué cantidades son los datos y la incógnita, aparecen tres tipos de problemas de comparación:

1. Problemas de comparación con la incógnita en la cantidad comparada.
2. Problemas de comparación con la incógnita en la diferencia.
3. Problemas de comparación con la incógnita en la cantidad diferencia.

Sin embargo, el grado de comprensión de los alumnos no solo depende de la estructura semántica del problema, sino que implican otros factores como el grado de contextualización del mismo y el tamaño de los datos.

Según señala Cid et al (2013), las variables didácticas de las situaciones aditivo-concretas son las siguientes:

Con respecto a la estructura semántica del problema depende en gran medida de la situación planteada en el problema, de la posición de la incógnita y del sentido de las transformaciones o comparaciones.

En relación con el grado de contextualización del problema, los niños los resuelven con mayor éxito cuanto más contextualizados están las situaciones que se describen en el enunciado. En progresión de menor a mayor dificultad encontramos las situaciones referidas a situaciones con materiales presentes en el aula en las que el niño

es el protagonista, situaciones hipotéticas pero familiares al niño, contextualizadas y con materiales para su resolución; situaciones hipotéticas contextualizada pero sin materiales y, por último, situaciones no familiares para el niño.

En relación con el tamaño de los números, a los niños les resulta más complejo interpretar situaciones y resolver problemas, cuanto mayor son los números implicados en ellos.

Ramírez (2015) apunta que los aspectos de los problemas verbales aritméticos como pueden ser el tipo de esquema semántico de su enunciado y la cantidad desconocida, pueden aumentar o disminuir la dificultad de la tarea de resolverlos (Carpenter y Moser, 1984; Castro, 2008; Puig y Cerdán, 1988). Tanto la descripción de la situación, como el orden en el que se presentan las cantidades pueden afectar a la resolución de los niños (Fuson, 1992).

Orrantia (2003) clasifica los posibles errores de los niños al resolver los problemas en la ejecución, donde los niños eligen bien la operación pero no la realizan correctamente, o de representación, donde repiten algún dato del problema, inventan una respuesta o eligen mal la operación.

Otra posible dificultad en la resolución de problemas según Ramírez (2015), es que los niños utilizan estrategias superficiales utilizando palabras clave para asociar la sentencia numérica. Es decir, presentan dificultades al resolver los problemas donde no está relacionada esa palabra clave con la operación aritmética que lo resuelve.

En este sentido, los tipos de errores cometidos por los niños son: *errores conceptuales*, donde se refleja falta de comprensión de la estructura implicada; *errores procedimentales*, más relacionados con el procedimiento asociado a la estructura conceptual; y de *errores de ejecución*, como la confusión en el conteo (Orrantia y Vicente, 2006)

Respecto a las estrategias de resolución, los niños resuelven problemas utilizando diferentes estrategias: mediante un modelo con dedos o con objetos manipulativos, mediante el uso de secuencias de recuento o utilizando el recuerdo de sentencias numéricas elementales (Puig Espinosa y Cerdán, 1998).

Cid et al. (2013) describen el siguiente progreso de las estrategias de conteo en el caso de la suma:

Recuento de todos. El niño representa las dos colecciones de objetos de las que habla la situación mediante algún tipo de material, las junta y lo vuelve a contar todo de nuevo.

Recitado del primer sumando y recuento del segundo sumando. El niño recita los números hasta llegar al primer sumando (sin construir una colección de objetos que represente ese sumando) y continúa contando la colección de objetos que representa al segundo sumando.

Recitado del sumando mayor y recuento del sumando menor. Lo mismo que en el caso anterior, pero eligiendo como primer sumando el sumando mayor.

Recuento a partir del sumando mayor. El niño construye una colección de objetos que representa el sumando menor y la cuenta partiendo del sumando mayor.

En el caso de la resta las estrategias de recuento no siguen una secuencia de evolución en el tiempo, sino que pueden ser simultáneas, en función de la situación que se propone y del tamaño de los números:

Recuento de lo que queda. Se utiliza en situaciones en las que al conjunto inicial o total se le quitan o separan elementos.

Recuento hacia atrás. Consiste en contar hacia atrás desde el minuendo tantas veces como indica el sustraendo.

Recuento de la diferencia. En las situaciones en las que la incógnita está en la comparación, se construyen los dos conjuntos, se emparejan y se cuentan los objetos que quedan sin pareja.

Recuento progresivo desde el sustraendo hasta el minuendo. Consiste en contar desde el sustraendo hasta el minuendo llevando la cuenta con una colección de objetos de las palabras que se dicen. Posteriormente, se cuenta la colección de objetos, que es el resultado de la resta.

Recuento regresivo desde el minuendo hasta el sustraendo. Consiste en contar hacia atrás desde el minuendo al sustraendo llevando la cuenta con una colección de objetos de las palabras que se dicen. Posteriormente, se cuenta la colección de objetos, que es el resultado de la resta.

3. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Contexto del centro y el aula

La experimentación se lleva a cabo en el colegio donde trabajo y ejerzo mi docencia. Más concretamente con el grupo de alumnos de primero de Educación Primaria, del cual soy tutora.

El Colegio de Educación Infantil y Primaria "Baltasar Gracián" está ubicado la localidad de Calatayud, provincia de Zaragoza, en un barrio periférico. Se trata de un centro público de una única vía completa que cuenta con tres unidades de Educación Infantil y seis de Educación Primaria. Actualmente la ratio de alumnos por clase es de 1/20 alumnos aproximadamente. Contamos con un porcentaje en torno al 10% de familias de origen procedente de otros países. Las familias viven cerca del barrio donde se encuentra situado el colegio. Son familias trabajadoras de clase media y, en general, se mantiene una comunicación fruida con la comunidad educativa. Respecto a la estructura organizativa del profesorado, destaca la coordinación de los docentes, facilitando la colaboración del proceso educativo de los alumnos.

El aula donde se lleva a cabo la observación es el aula ordinaria de primero de primaria donde soy tutora e imparto la mayoría de las áreas. Se trata de un espacio de grandes dimensiones, donde los alumnos se distribuyen en mesas individuales. Esta organización espacial está condicionada por la situación actual de pandemia que vivimos.

En cuanto a las características materiales del aula, podemos encontrar una pizarra convencional junto a una pizarra digital interactiva (PDI). En el fondo de la clase, se encuentran unas estanterías donde los alumnos guardan su material escolar, que este curso escolar es de uso individual, de acuerdo a lo establecido en el plan de contingencia del colegio, derivado de la actual situación sanitaria.

Es un grupo de 20 alumnos, compuesto por 10 niñas y 10 niños. Su nivel madurativo y de conocimientos corresponde a la media de su edad. Respecto al nivel curricular es medio alto y los alumnos muestran interés y motivación por el aprendizaje. En general, es un grupo responsable, participativo y trabajan bien en equipo. La valoración académica del grupo es homogéneo, de un nivel medio alto, salvo a excepción de una alumna que presenta dificultades en el aprendizaje de las áreas instrumentales, en la numeración, calculo y lectoescritura. Se trata de una niña que no

requiere ninguna Necesidad Específica de Apoyo Educativo, pero tiene un ritmo lento en la asimilación de los contenidos del curso.

3.2. Análisis de los problemas en el libro de texto

Durante el curso actual, los materiales didácticos utilizados en el colegio corresponden a la Editorial Anaya. En el curso de primero de Educación Primaria, empleamos el libro de texto en la versión globalizada que comprende tres libros correspondientes a cada trimestre del curso académico. Asimismo, se trata de un material fungible. Siendo que los contenidos relativos a la resolución de problemas son propuestos en base a este libro de texto, requiere que llevemos a cabo un análisis exhaustivo del tratamiento sobre la resolución de problemas que propone dicha editorial en el área de Matemáticas para el curso de primero de Educación Primaria.

El libro estructura cada unidad didáctica en diferentes secciones. Los contenidos correspondientes al área de matemáticas se organizan en los siguientes apartados: *números, operaciones, medida, geometría y tratamiento de la información y resuelvo problemas*. En este último apartado titulado *resuelvo problemas*, se pretende introducir en el alumnado el aprendizaje sobre la resolución de problemas.

A continuación procedemos a analizar la propuesta de enseñanza planteada por esta editorial sobre la resolución de problemas aritméticos aditivos. Para ello, vamos a tener en cuenta la secuencia temporal, es decir, cuándo se proponen los contenidos, ya que no es lo mismo, al inicio o al final del curso escolar. Asimismo, vamos a considerar cuáles son las categorías semánticas propuestas en los problemas, considerando la variable de la posición de la incógnita. Además de estas variables vamos a examinar el tamaño de los datos así como el grado de contextualización de los problemas.

En el primer trimestre se plantean los problemas de las siguientes categorías semánticas:

En la unidad didáctica 1 aparecen 2 problemas con dos subapartados cada uno, como se muestra en la figura 1. Se tratan de problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total.



Figura 1. Problemas de combinación. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica 2 hay tres problemas de cambio creciente con la incógnita en la cantidad final. Podemos observar un ejemplo en la siguiente figura.

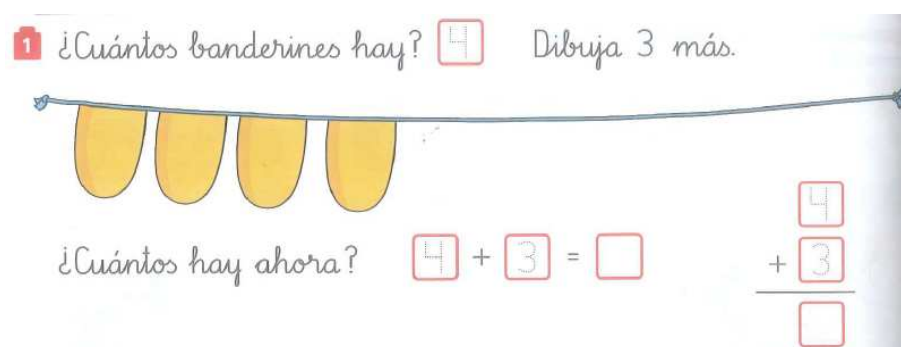


Figura 2. Problema de cambio creciente. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica 3 aparecen cuatro problemas de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad final, como es el caso de la figura 3.

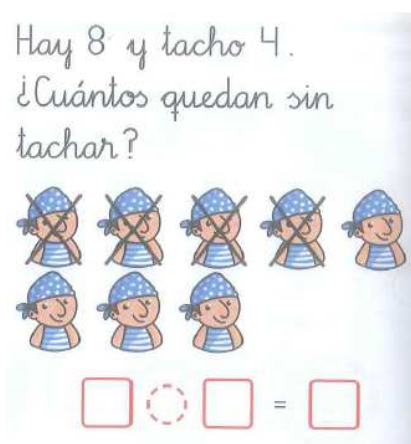


Figura 3. Problema de cambio decreciente. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica 4 aparecen dos problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total y dos problemas de cambio creciente con la incógnita en la cantidad total, como se aprecia en la figura 4.



Figura 4. Problemas de combinación y de cambio. Editorial Anaya Primaria 2018

Además, en cada una de estas unidades del primer trimestre hay problemas de cambio con la incógnita en la transformación. En la figura 5 se incluye un ejemplo.

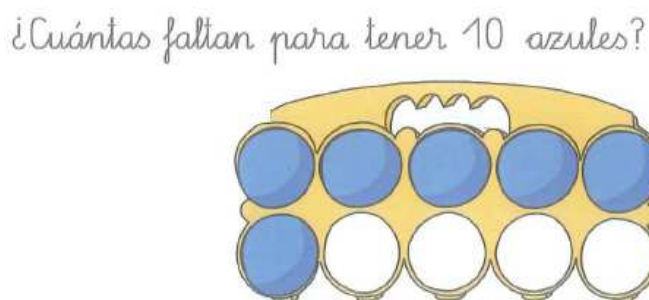


Figura 5. Problema de cambio. Editorial Anaya Primaria 2018

Como se puede observar, en la propuesta para el primer trimestre se plantean problemas de combinación y de cambio, tanto decreciente como decreciente, con la incógnita en la cantidad final. También aparecen problemas de cambio con la incógnita en la cantidad de cambio. En la mayoría de los problemas planteados en este trimestre, los datos y la incógnita son números menores que diez.

A continuación, procedemos con el análisis del libro en el segundo trimestre:

En las unidades didácticas 5 y 6 aparecen cuatro problemas de comparación tanto de aumento como de disminución con la incógnita en la diferencia. En la unidad 5 los datos y la incógnita son números menores de 10. Pero en la unidad 6 se incorporan los datos con números mayores de 10.

En el siguiente ejemplo de la figura 6 puede verse cómo de forma explícita nos dice qué operación debemos utilizar.

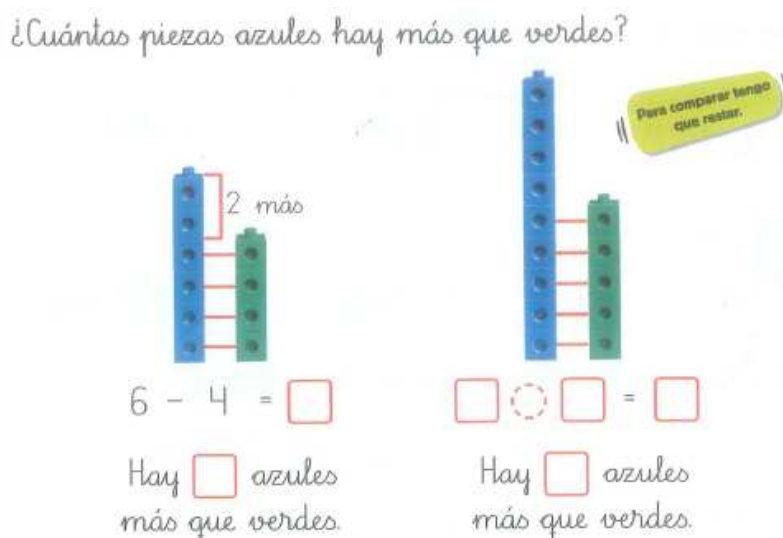


Figura 6. Problemas de comparación. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica 7 aparecen dos problemas de comparación con la incógnita en la diferencia relacionados con la medida de longitud. Además se utiliza en uno de los datos cantidades mayores de 10, como podemos ver en la figura 7.

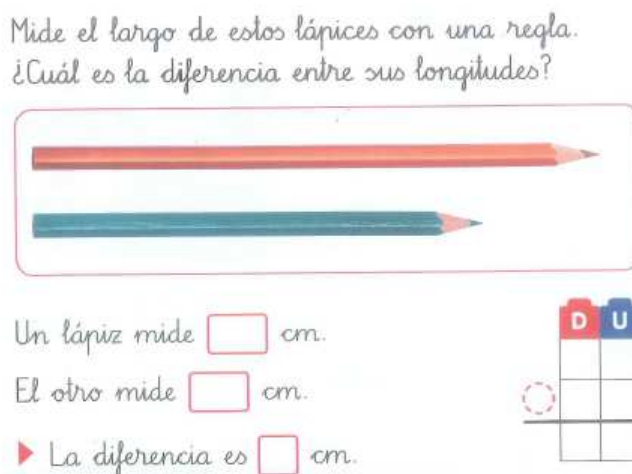


Figura 7. Problema de comparación. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica número 8 hay dos problemas de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad de cambio. También se utilizan números mayores de 10 para los datos. En la siguiente figura podemos visualizar un ejemplo.

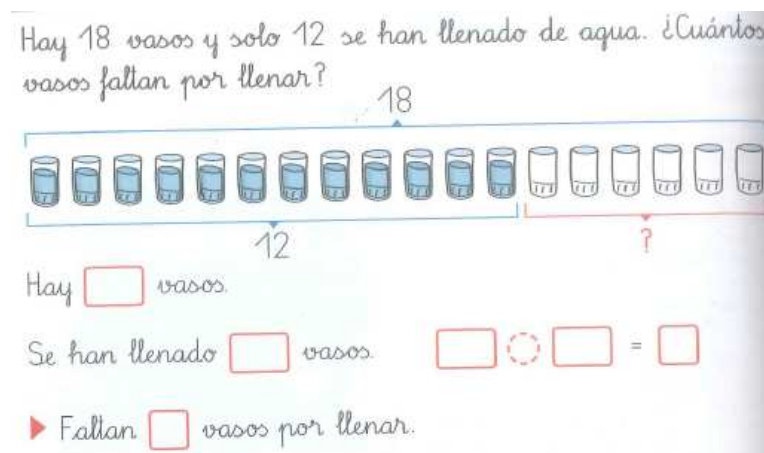


Figura 8. Problema de cambio decreciente. Editorial Anaya Primaria 2018

De esta manera, se observa que en este segundo trimestre aparecen problemas de comparación de aumento y de disminución con la incógnita en la diferencia, así como problemas de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad de cambio. Respecto al tamaño de los datos, se incorporan números mayores de diez.

Por último, en el tercer trimestre, en la unidad didáctica 9 aparecen dos problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total. Los números utilizados tanto en los datos como para la incógnita son mayores de 20, tal y como podemos apreciar en el ejemplo de la figura 9.

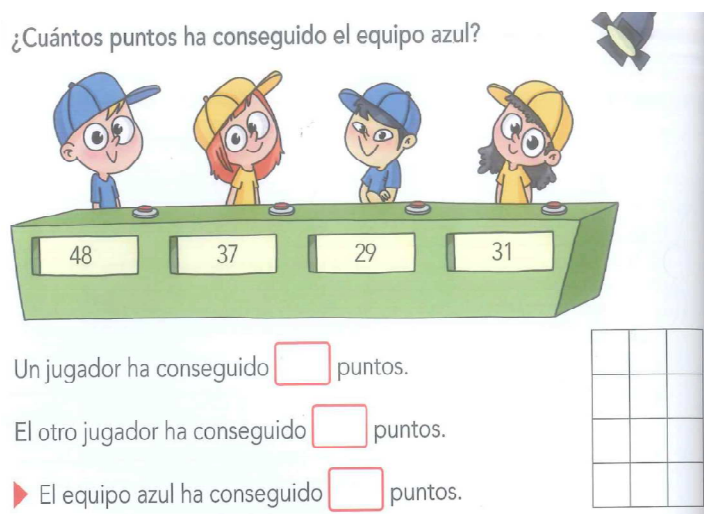


Figura 9. Problema de combinación. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica número 10 aparecen cuatro problemas de cambio creciente y decreciente con la incógnita en la cantidad final con números mayores de 20. En la figura 10 se incluye un ejemplo.

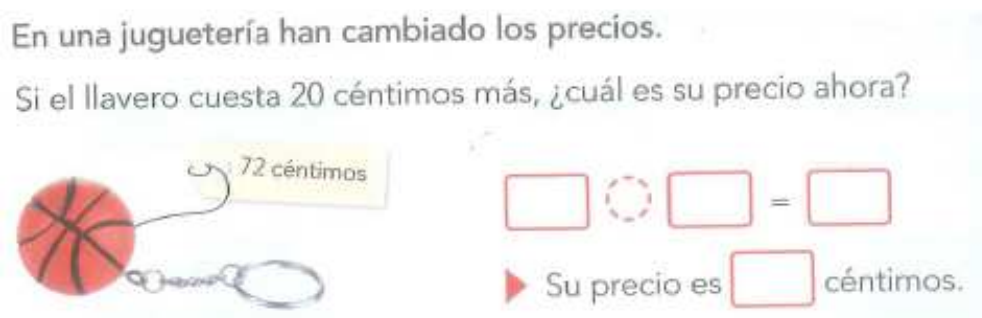


Figura 10. Problema de cambio. Editorial Anaya Primaria 2018

En la unidad didáctica número 11 aparecen tres problemas de cambio creciente y decreciente con la incógnita en la cantidad de cambio. En la figura 11 observamos la muestra de un ejemplo.

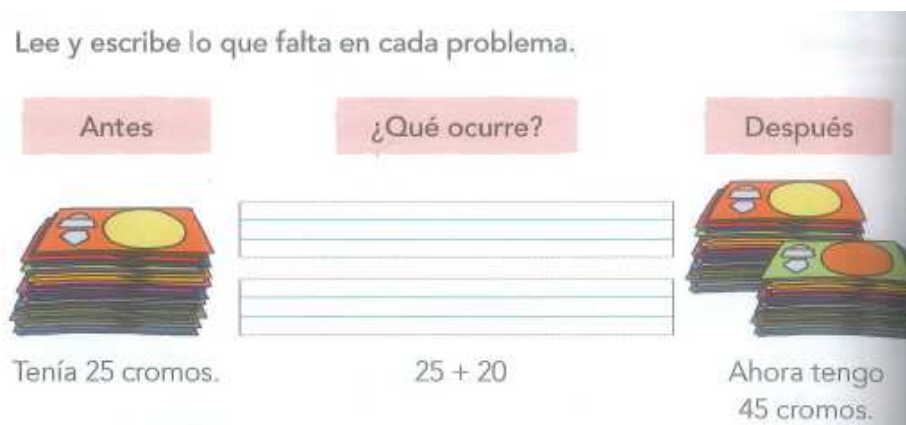


Figura 11. Problema de cambio. Editorial Anaya Primaria 2018

Se observa que en este último trimestre, se trabajan problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total y problemas de cambio creciente y decreciente tanto con la incógnita en la cantidad final como con la incógnita en la cantidad de cambio. Los datos son números de dos cifras.

Por tanto, podemos concluir que en el libro de texto encontramos los tres tipos de categorías semánticas indicados anteriormente, pero no se trabajan los ocho tipos de problemas según la posición de la incógnita. El libro de texto presenta problemas de cambio creciente y decreciente con la incógnita en la cantidad final. También plantea problemas de cambio con la incógnita en la cantidad de cambio, pero solamente al final del libro. Además, se propone problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total. De los problemas de comparación, encontramos problemas tanto de aumento como de disminución con la incógnita en la diferencia. Sin embargo, no hay problemas de combinación con la incógnita en la cantidad parcial. En el libro de texto ocurre, que no se presentan problemas aritméticos que abarquen todo el abanico de situaciones aritméticas posibles (Fuson, 1992).

Asimismo, observamos que los problemas no están planteados siguiendo un nivel de menor a mayor dificultad. Por ejemplo, podemos ver que los problemas de comparación se trabajan en el segundo trimestre. Por ello, se deberían trabajar todos los tipos de problemas, con la incógnita en diferentes posiciones, teniendo en cuenta el nivel de dificultad. De esta manera, los alumnos no están resolviendo siempre el mismo tipo de problema. También, podemos afirmar que en el libro de texto predominan los problemas estereotipados, especialmente los problemas de combinación y de cambio con la incógnita en la cantidad total.

Orrantia, González y Vicente (2005) manifiestan que los contextos en los que aparecen los problemas tienden a ser estereotipados, convirtiéndolo en poco estimulantes y motivantes, llevando a considerar estos contextos como algo irrelevante para la resolución de la tarea.

Además, los problemas del libro de texto tienden a ser agrupados y formulados promoviendo diferentes estrategias superficiales para la ejecución correcta del problema. Por ejemplo, en la mayoría de los casos, se propone la utilización de la estrategia de la palabra clave resaltando estas palabras en el propio texto del problema (Orrantia et al., 2005).

Al mismo tiempo, podemos apreciar que en cada tema únicamente se dedica una sección a la resolución de problemas, por lo que el aprendizaje de estos procesos no constituye, en ningún caso, el eje principal de la actividad matemática, tal y como establece el currículo del área de matemáticas de Educación Primaria. Por lo que

podemos afirmar, que nuestra práctica educativa puede estar negativamente influenciada por el libro de texto (Ayala et al., 2008).

Otra variable que podemos examinar de estos problemas es su grado de contextualización. En el currículo actual de Educación Primaria para el área de matemáticas se especifica que los problemas deben de situarse en el entorno escolar del alumno, es decir, un entorno próximo y cercano a ellos. Sin embargo, muchos de los problemas incluidos en el libro están alejados de los intereses de los alumnos. Si bien, puede verse una intención de aproximación a los intereses e inquietudes del alumnado, es poco probable que puedan acercarse a los gustos y preferencias concretas de cada uno. Los contextos realistas en los que hay que hacer uso de conocimientos del mundo real son poco habituales, y cuando aparecen, los estudiantes tienden a obviarlos (Orrantia et al., 2005).

Otra característica que podemos analizar es la forma de presentación de los problemas en el libro. Como podemos observar en los ejemplos anteriores, el libro expone los problemas con un proceso de resolución muy guiado y pautado. Es el propio texto el que realiza la modelización del problema, de modo que el alumno no tiene que aplicar otra técnica diferente que la de realizar un conteo de los objetos dibujados. También encontramos que el alumno solamente tiene que completar rellenando la información de los datos y que le proporcionan unas imágenes. Esta forma de trabajo no permite que el alumno aprenda a modelizar el problema, así como a utilizar diferentes estrategias para obtener una solución. Por tanto, una de las dificultades que podemos encontrar posteriormente es que el alumno no adquiera la autonomía y capacidad para representar una situación y buscar estrategias para resolver situaciones diferentes a las planteadas en el libro.

En esta misma línea, Ramírez (2015) encuentra que la estructura de los libros de texto no favorece la resolución de problemas ya que marcan las preguntas a hacer, en vez de dejar a los niños que formulen sus propias preguntas. Cada contenido lleva aparejadas una serie de preguntas y parece independiente de las unidades, por lo que no tiene en cuenta la reflexión e inclusión de los contenidos previos. De hecho no se ven reflejados procesos como conjeturar, argumentar o comunicar, todos imprescindibles en la enseñanza de la resolución de problemas.

De este modo, podemos concluir que en el libro de texto existe una excesiva modelización en el proceso de resolución de los problemas, dificultando e impidiendo que los alumnos aprendan verdaderamente a resolver problemas.

3.3. Información sobre la resolución de problemas en el aula

En general, la enseñanza recibida por los alumnos se basa en el uso del libro de texto. Si bien es verdad, que en paralelo, se realizan multitud de actividades y juegos basados en la numeración y el cálculo, generalmente de forma oral.

Pero, en cuanto a la resolución de problemas, nos hemos guiado por el libro de texto, a pesar de las limitaciones anteriormente analizadas. Como hemos dicho, se trata de problemas que aparecen en una sesión en cada unidad didáctica sin llevar ninguna secuencia progresiva de dificultad.

Al comienzo de curso hemos realizado los problemas mediante una puesta en común en clase de manera oral. Hemos de ser conscientes de que se trata del primer curso de Educación Primaria y que los alumnos han pasado de la etapa de Educación Infantil sin tener apenas nociones de la lectoescritura.

No obstante, debemos de tener en cuenta, además del currículo actual, que es fundamental el desarrollo del pensamiento a través de la resolución de problemas como señalan De Castro y Escorial (2007).

De esta manera, concluido el primer trimestre, y observando que la mayoría ha progresado en la evolución de la lectoescritura, vamos a proceder a la iniciación en el aprendizaje del proceso de resolución de problemas. Antes de ello, es preciso valorar el nivel de conocimientos previos de los alumnos. Para ello hemos preparado una prueba inicial con problemas de distinto nivel de dificultad.

3.3.1. Evaluación inicial

Hemos diseñado una prueba inicial con el objetivo de conocer y valorar cuál es el nivel de conocimientos que tienen los alumnos en relación al proceso de resolución de los problemas aritméticos. Queremos observar y analizar el nivel de comprensión, así como las técnicas y estrategias que ponen en práctica los niños a la hora de enfrentarse con la resolución de un problema aritmético.

Los problemas o situaciones concretas aditivas que componen la prueba inicial son todos de una etapa, es decir, constan de dos datos y una incógnita. Los problemas que hemos planificado corresponden a las categorías semánticas de combinación, cambio y comparación. Estos problemas se han propuesto a los alumnos siguiendo un orden creciente de dificultad conceptual.

Hemos considerado tanto problemas estereotipados, que se trabajan frecuentemente en el aula, como problemas no estereotipados con situaciones que no predominan en el libro de texto. En esta prueba inicial hemos considerado no incluir ni los problemas de cambio con la incógnita en la cantidad inicial ni los problemas de comparación con la incógnita en la cantidad de referencia, por presentar mayor nivel de dificultad. Tampoco tenía sentido incluirlos cuando sabemos que no han sido trabajados en clase.

Además de estas variables existen otras dos muy importantes. Una es el tamaño de los datos y otra es el grado de contextualización del problema. En cuanto a la primera variable, hemos tomado la decisión de que los datos y la incógnita sean números menores que 20. Y, respecto al grado de contextualización, hemos determinado que los problemas estén fuertemente contextualizados, de modo que los alumnos son protagonistas de las acciones que narra el problema y que, además, los alumnos dispongan de materiales manipulativos para modelizar el problema.

Para llevar a cabo el análisis de esta valoración hemos confeccionado un registro de observación que incluye diferentes criterios.

C0. No responde o no hace el problema.

C1. Responde de forma errónea. Dentro de este criterio hemos examinado por qué el alumno ha errado en el problema, identificando las siguientes posibles causas:

C1.0. Se desconoce la técnica que ha utilizado el alumno.

C1.1. No sabe modelizar el problema.

C1.2. Sabe modelizarlo, pero yerra al contar.

C1.3. Sabe modelizarlo, pero se confunde de operación o al realizar el cálculo de la operación.

C2. Responde correctamente. En este criterio hemos valorado la estrategia utilizada por el alumno para resolver el problema.

2.0. Se desconoce la técnica que ha utilizado el alumno.

- 2.1. Utiliza la técnica de recuento de todos o recuento de lo que queda.
- 2.2. Utiliza otras técnicas de conteo más evolucionadas.
- 2.3. Identifica la operación correcta.

De esta manera, pretendemos averiguar si resuelve el problema a través de una estrategia informal, como el conteo o si identifica la sentencia numérica y aplica la operación aritmética de manera correcta. Esto nos lleva a la conclusión de si el alumno ha comprendido el problema, ha creado una representación y finalmente ha identificado la acción para resolver el problema.

Para la realización de esta prueba inicial se ha pedido a los alumnos que anotaran en la ficha de cada problema una serie de ítems. Estos registros escritos nos van a permitir valorar las técnicas que han utilizado los alumnos.

RODEA LO QUE SEA CIERTO

Entiendo el problema: *SI* *NO*

Para pensarlo he utilizado: *PALILLOS* *LOS DEDOS* *DIBUJOS*

Para resolverlo he: *CONTADO* *HECHO UNA SUMA* *HECHO UNA RESTA*

Después de resolverlo: *ESTOY SEGURO QUE ESTÁ BIEN* *NO SÉ SI ESTÁ BIEN*

La prueba consta de seis problemas como se puede ver en el Anexo 1. El desarrollo de la prueba se realizó en dos sesiones dirigida a los veinte alumnos del grupo de primero de Educación Primaria. En la primera sesión, llevada a cabo el día 15 de Febrero, se realizaron los cuatro primeros problemas durante aproximadamente 60 minutos. En la sesión del día 19 de febrero se realizaron los dos problemas restantes durante 30 minutos.

Los alumnos están organizados en mesas individuales. Antes de la prueba se explicaron una serie de pautas a seguir. Por ejemplo, la utilización de los materiales que dispone cada niño, en este caso palillos y pinturas, que podían hacer dibujos en la ficha y que tenían que escribir la solución.

También, tenían que rodear los ítems anteriormente descritos sobre las estrategias utilizadas. Además, leímos en común los enunciados de los problemas. Se aclaró la idea de que no se trata de hacer una carrera para ver quien hace más problemas, sino de que los hicieran bien y para resolver cada uno de los problemas es necesario dedicar tiempo.

3.3.2. Análisis de resultados

A continuación se van analizar los problemas presentados en las sesiones de manera ordenada cronológicamente.

Problema 1. Tienes 5 pinturas plastidecor y otras 7 pinturas de madera.
¿Cuántas pinturas tienes?

El problema de combinación con la incógnita en la cantidad total es un problema estereotipado.

Todos los alumnos, excepto una alumna, han sabido resolver el problema. Han realizado dibujos y la mayoría identifican la suma como la operación aritmética para resolver el problema. Solo tres alumnos han escrito la sentencia numérica con la solución correcta. La mayoría responde que ha entendido el problema y está seguro de que está bien. Han utilizado pinturas y dicen que han hecho una suma para resolverlo. En el caso de la niña que ha resuelto de manera incorrecta, se observa que es debido muy probablemente a la falta de comprensión ya que esta alumna presenta dificultades en la lectoescritura.

En la siguiente figura se muestra un ejemplo de resolución, donde un niño representa los datos con dibujos y escribe la solución sin anotar la operación matemática.

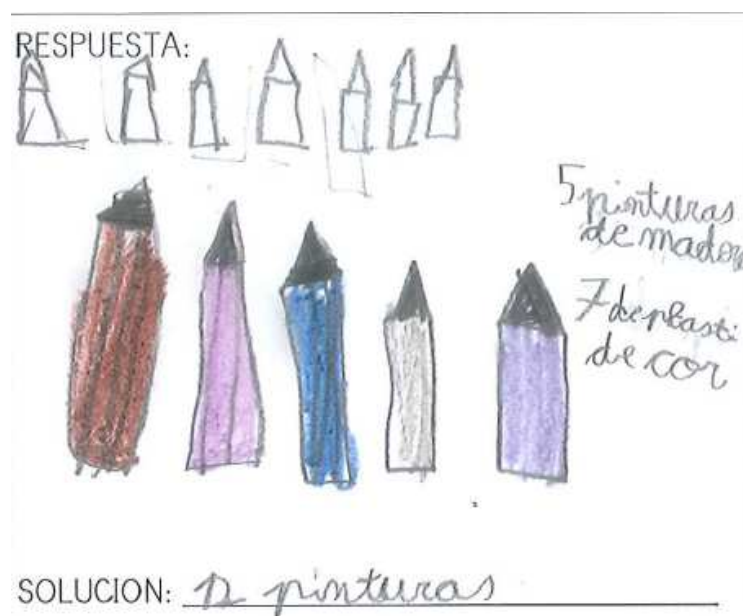


Figura 12. Problema de combinación de la prueba inicial

Problema 2. Tienes 15 palillos y pierdes 6. ¿Cuántos palillos te quedan?

Se trata de un problema de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad final. Es un problema estereotipado que suele aparecer en los libros de texto y se propone frecuentemente en las aulas porque la incógnita la encontramos en la cantidad final.

Solo cinco alumnos yerran en la resolución. De los quince alumnos que dan la respuesta correcta, solo tres alumnos escriben la sentencia numérica de la operación aritmética de la resta de manera adecuada. La mayoría de ellos ha utilizado los palillos para modelizar el problema y lo ha reflejado con dibujos en la ficha. También, la mayor parte del alumnado expresa que ha entendido el problema y cree haberlo resuelto bien. En la figura 13 se observa cómo un niño representa con dibujos el problema.



Figura 13. Problema de cambio de la prueba inicial

Problema 3. Tú tienes 12 palillos y tu compañero tiene 8 palillos. ¿Quién tiene más? ¿Cuántos palillos más?

Es un problema de comparación de aumento con la incógnita en la diferencia. Se trata de un problema estereotipado ya que es frecuente que todos los problemas de esta tipología planteen la incógnita situada en la diferencia. En el problema se plantea una

doble pregunta para hacer pensar al alumno, "quién tiene más". Posteriormente se pregunta "cuantos más", apareciendo el cuantificador "más que".

A pesar de que los alumnos indican que entienden el problema y están seguros de que está bien, únicamente tres alumnos dan la respuesta correcta. De estos tres, un alumno empareja los datos. Ninguno escribe la sentencia numérica. La mayoría utiliza los palillos, pero resuelven contando como una suma. Sin embargo, siete alumnos responden de manera certera a la cuestión quién tiene más. Por tanto, podemos observar que la mayoría de los alumnos se guía por la palabra clave "más que" y optan de manera errónea por el recuento del todo o la suma. En la siguiente figura vemos un ejemplo de esta resolución.

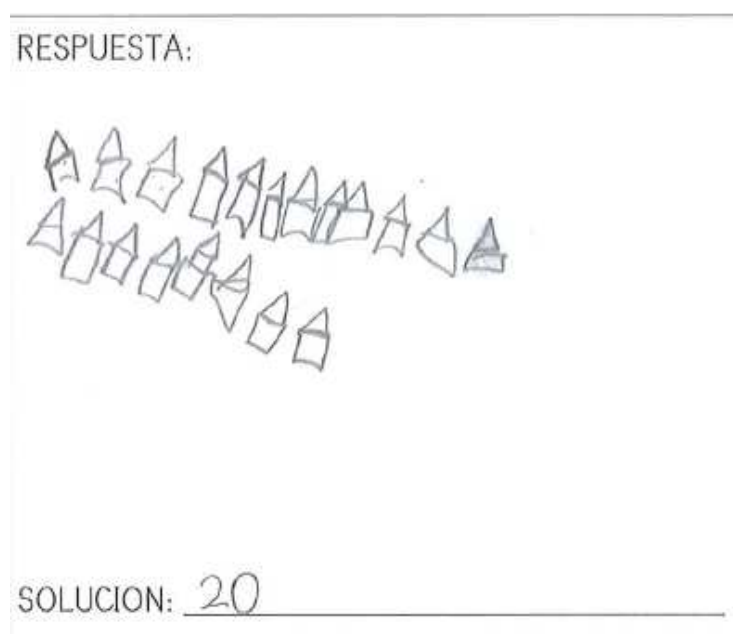


Figura 14. Problema de comparación de la prueba inicial

Problema 4. *Tú tienes 9 palillos y tu compañero te regala algunos. Si ahora tienes 13, ¿cuántos palillos te ha regalado tu compañero?*

Es un problema de cambio creciente con la incógnita en la cantidad de cambio. Se trata de un problema que no suele aparecer en los libros de texto y que no suele ser trabajado en clase, por lo que previsiblemente los alumnos presenten dificultades o dudas a la hora de resolverlo.

Como habíamos pronosticado, únicamente tres alumnos dan la respuesta correcta. Uno de ellos dibuja nueve palillos, añade cuatro y se da cuenta que obtiene trece palillos. Ninguno de ellos escribe la sentencia numérica, aunque anota la solución correcta. Por otro lado, la mayoría dibuja los dos datos y resuelve con técnicas elementales de recuento o con una suma. A pesar de que los alumnos expresan haber comprendido el problema y estar seguros de que está bien, podemos afirmar que no saben resolver problemas de cambio creciente con la incógnita en la transformación.

En la figura 15 se muestra la representación que realiza un niño. Resuelve con una suma, aunque anota la solución del dato que está al final de la operación aritmética.

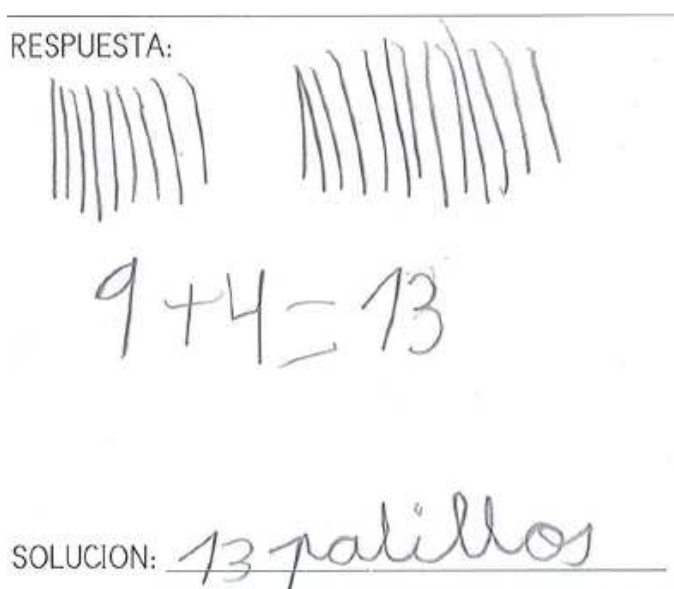


Figura 15. Problema de cambio de la prueba inicial

Problema 5. *Tienes 14 pinturas, unas son plastidecor y otras de madera.*

Si 8 son de plastidecor, ¿cuántas pinturas son de madera?

Es un problema de combinación con la incógnita en la cantidad parcial. Se trata de un problema no estereotipado, por lo que no suele trabajarse en el aula con la frecuencia con la que se presentan los problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total.

Como en el anterior problema, la mayoría dice entender el problema y saberlo resolver. Pero solo tres alumnos resuelven correctamente, aunque ninguno identifica la

operación aritmética y resuelven mediante técnicas de recuento. Uno de ellos dibuja 8 pinturas, añade 6 y se da cuenta que obtiene 14. La mayoría utiliza el material manipulativo, en este caso las pinturas, realiza técnicas básicas de recuento o hace una suma. Observamos que se dan como respuestas alguno de los datos, bien 14 o bien 8. Otros alumnos dan como solución 22, resultado de la suma $14 + 8$. Esto nos indica que la mayor parte de la clase no ha construido correctamente la representación del problema que narra el enunciado, por lo que no ha comprendido el texto. En la figura 16 se puede observar un ejemplo de la realización incorrecta del problema hecha por un niño.



Figura 16. Problema de combinación de la prueba inicial

Problema 6. *Tú tienes 7 palillos. Si tu compañero tiene 3 palillos más que tú, ¿cuántos palillos tiene tu compañero?*

Se trata de un problema no estereotipado de comparación en aumento con la incógnita en la cantidad comparada.

La mayoría de los alumnos indican que entienden el problema y están seguros de hacerlo bien. También expresan que utilizan palillos y resuelven con una suma. Podemos observar que más de la mitad de la clase respondieron correctamente. Ninguno de ellos escribe la sentencia numérica pero realizan dibujos y resuelven mediante técnicas básicas de conteo. Entre los que respondieron de manera errónea, podemos señalar que es debido a la hora de realizar el cálculo. Por ejemplo: una niña escribe

como solución "nueve". O bien se debe a la falta de comprensión de enunciado, como consecuencia de los resultados incoherentes expresados.

Podemos señalar, que la tendencia al éxito de este problema puede deberse al tamaño de los datos. Los datos son menores de diez. Junto a esto, los resultados positivos pueden estar influenciados por la aparición en el enunciado de la palabra clave "más que". Esta expresión ha podido declinar a que los niños utilicen la operación de la suma o técnicas de recuento propias de la suma. Es decir, el éxito es debido a que los alumnos se han apoyado de las palabras clave para identificar la operación aritmética, a pesar de que no comprendan la estructura semántica del problema. Por ejemplo, la siguiente figura es una muestra de la mayoría de las respuestas de este problema realizadas por los alumnos.

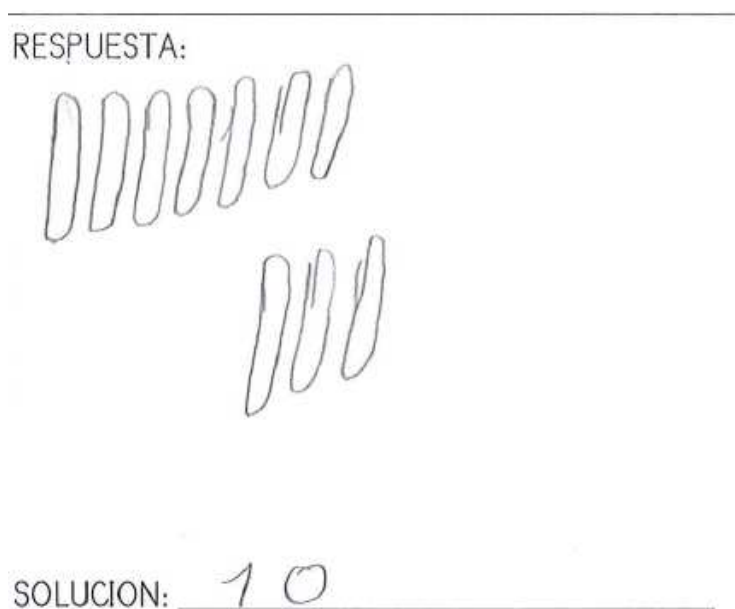


Figura 17. Problema de comparación de la prueba inicial

3.4. Conclusiones y propuesta de trabajo

Los resultados de la valoración de esta prueba nos llevan a las siguientes conclusiones sobre la comprensión y los conocimientos de la resolución de problemas que poseen los alumnos de primer curso de Educación Primaria:

Teniendo en cuenta la estructura semántica de los problemas, hemos comprobado que la mayoría del alumnado ha logrado resolver con éxito el problema 1 de

combinación con la incógnita en la cantidad final. Seguidamente, el problema 2 de cambio con la incógnita en la cantidad final también ha obtenido buenos resultados, con la realización correcta del 75% de la clase. Esto nos lleva a la reflexión de que los alumnos tienen un mayor conocimiento de los problemas de cambio y combinación con la incógnita al final. Ello puede deberse a que los alumnos están habituados a trabajar estos tipos de problemas porque aparecen con mayor frecuencia en el libro de texto, como hemos podido comprobar tras sus análisis. Sin embargo, estos contextos donde los problemas propuestos suelen ser estereotipados promueven un escaso nivel de motivación en el alumnado, tal como comentan Orrantia et al. (2005).

Siguiendo con el análisis de los problemas respecto a su estructura semántica, hemos examinado que más de la mitad de los alumnos han resuelto correctamente el problema 6 de comparación con la incógnita en el estado comparado. Sorprendentemente, se trata de un problema que habitualmente no suele ser trabajado en clase pero ha obtenido unos resultados positivos, lo cual nos hace pensar que los alumnos se han guiado por las palabras claves que aparecen en el enunciado del problema. Es decir, los alumnos se inclinan a relacionar las palabras clave "más que o menos que" con las operaciones aritméticas de la suma o resta respectivamente. En general, los alumnos tienden a presuponer de manera inadecuada si tienen que resolver con una suma o una resta dependiendo de la palabra clave que encuentran en el enunciado.

Con respecto al problema 3 de comparación de aumento con la incógnita en la diferencia, no se esperaba que solo tres alumnos resolvieran bien el problema. A pesar de tratarse de un problema que suele trabajarse de forma frecuente en el aula, el nivel de éxito obtenido ha sido bajo. Examinando las posibles causas, podemos determinar que estos resultados son consecuencia de la vinculación inadecuada de la palabra clave "más" incluida en el enunciado, ya que el problema de esta tipología plantea la incógnita situada en la diferencia y se resuelve con la resta $12 - 8$.

Por tanto, tras las valoraciones obtenidas en ambos problemas de comparación, hemos comprobado que las palabras claves que se mencionan en el enunciado del problema condicionan la correcta resolución de los problemas. Esto se produce porque dichas palabras clave son asimiladas por los alumnos como estrategias inadecuadas. Tal y como apunta Ramírez (2015), los niños utilizan estrategias superficiales para su resolución.

Siguiendo con la valoración de la prueba inicial, únicamente tres alumnos resolvieron correctamente tanto el problema 4 de cambio con la incógnita en la cantidad de cambio, como el problema de combinación con la incógnita en la cantidad parcial. Esto nos indica que el alumnado no sabe resolver estos tipos de problemas.

De esta manera, examinado esta prueba diagnóstica, podemos comprobar que la posición de la incógnita ha jugado un papel importante en los resultados de los escolares. Así, en los problemas de cambio y combinación, el nivel de éxito es más alto cuando la incógnita está en la cantidad final. Mientras que estos niveles de éxito disminuyen considerablemente cuando en estos tipos de problemas la incógnita se encuentra en la cantidad de cambio o en la cantidad parcial.

Por tanto, podemos afirmar que estos resultados validan las aportaciones de investigaciones sobre la graduación de dificultad de los problemas aritméticos de una etapa atendiendo a su estructura semántica de la situación aditiva y a la posición de la incógnita (Cid et al., 2013).

Por otro lado, hemos comprobado que muy pocos alumnos escriben la sentencia numérica e identifican la operación aritmética requerida en cada uno de los problemas. Si bien es cierto, que en términos generales, hemos observado que los alumnos conocen la operación aritmética correcta cuando se trata de problemas con los que están más familiarizados y que suele tratarse de problemas estereotipados.

Asimismo, hemos constatado que en el proceso de resolución los alumnos utilizan estrategias de recuento muy elementales tanto de la suma como de la resta. Además, utilizan estas técnicas de manera inconsciente e intuitiva. Esto nos indica que debemos incluir la enseñanza de técnicas de recuento en situaciones no formales. Debemos hacer conscientes de las técnicas de recuento que utilizan los niños y continuar con la enseñanza de otras técnicas más avanzadas. Es importante que el proceso de enseñanza aprendizaje favorezca que los alumnos puedan poner en juego estas estrategias con el objetivo de que vayan avanzando hacia estrategias más evolucionadas hasta llegar a la identificación de la sentencia numérica.

Otra cuestión que queremos mencionar es que, para la realización de esta prueba inicial, se pidió a los alumnos que anotaran en una ficha una serie de ítems correspondientes a cada problema. Estas cuestiones preguntaban si los alumnos habían comprendido y estaban seguros de haberlo resuelto bien. Por otro lado, también tenían

que señalar los materiales y la operación aritmética utilizada o si habían contado para durante el proceso de la resolución del problema. Sin embargo, entendemos que las valoraciones de estos registros no pueden ser completamente válidas ya que los alumnos no conocen o no son conscientes de las técnicas que han utilizado, por lo que puede reflejarse cierta confusión en sus respuestas.

Por último, y no menos importante, hemos comprobado que los alumnos ni siguen ni conocen las fases del proceso de resolución de los problemas. Hemos observado que los alumnos optan por responder de manera inmediata decidiendo una operación, muchas veces al azar, otras veces guiándose por las palabras clave, buscando en el docente su reacción de aprobación o rechazo ante la solución obtenida. Jimeno (2006) ratifica esta valoración señalando que una de las dificultades de resolver problemas es que los niños suelen crear correspondencias entre determinadas palabras y la operación, sin establecer una representación global del problema.

Como conclusión final, tras valoración de la prueba inicial y el análisis de los problemas en el libro de texto, podemos confirmar que es necesario iniciar la enseñanza de la resolución de los problemas aritméticos desde el primer curso de la etapa de Educación Primaria. Es conveniente poner en práctica con los alumnos una metodología para el aprendizaje de cada una de las fases del proceso de resolución. Debemos comenzar con la comprensión del enunciado del problema, identificando los datos y la pregunta que se plantea. Seguiremos con la fase de modelización utilizando materiales manipulativos. Los alumnos también tienen que aprender a representar los datos a través de dibujos. Asimismo, es preciso que enseñemos a los alumnos diferentes técnicas de recuento hasta llegar a representar la sentencia numérica con la operación aritmética adecuada.

En este sentido, Echenique (2006) sostiene que para que los alumnos aprendan a resolver problemas debemos ofrecerles situaciones donde poder explicar y ejecutar los procesos de pensamiento que tienen lugar y, así, poder tomar conciencia de ellos.

4. METODOLOGÍA DE TRABAJO

4.1. Diseño de la propuesta didáctica

Una vez examinadas de manera exhaustiva las valoraciones del proceso de enseñanza aprendizaje respecto a la resolución de problemas aritméticos con el grupo de alumnos de primer curso de Educación Primaria y haber llegado a las conclusiones anteriormente expuestas, vamos a proceder con la puesta en práctica de una secuencia de enseñanza. El diseño de esta propuesta didáctica tiene como objetivo principal que los alumnos se inicien en el proceso de resolución de problemas relacionados con situaciones cotidianas, poniendo en práctica diferentes técnicas y estrategias al mismo tiempo que construyen las nociones matemáticas necesarias para su resolución.

Nuestra propuesta de enseñanza se basa en situaciones didácticas aditivo-concretas a través de la resolución de problemas, por ser un lugar privilegiado para la producción de aprendizajes significativos, ya que los contenidos esenciales de la actividad matemática se manifiestan mientras se resuelven problemas (Puig Espinosa y Cerdán, 1998).

Siguiendo a Ramírez (2015), la resolución de problemas implica que los maestros debemos dar oportunidades a los niños de construir estrategias propias, relacionando los conocimientos previos con las situaciones nuevas del problema.

Proponemos una metodología activa y funcional, con el alumno como protagonista de su propio aprendizaje mediante la representación de situaciones reales en el aula (Cid et al., 2013). Para ello, planteamos situaciones concretas contextualizadas en las que nuestra práctica docente se apoye en las situaciones cotidianas que vive el alumno, lo más cercanas posibles y que pertenezcan al campo de sus intereses e inquietudes. Tal y como afirman De Castro y Escorial (2007), el grado de implicación de los alumnos en el trabajo escolar es mayor cuando los problemas son asumidos como propios.

Esta intervención se va a llevar a cabo a lo largo del mes de marzo durante cuatro sesiones de 60 minutos cada una aproximadamente. Posteriormente, realizaré una evaluación final para valorar el nivel de éxito de dicha intervención.

En cada una de las sesiones desarrollaremos las fases que propone Polya (1995) para que los escolares comprendan el proceso su resolución.

En primer lugar, comprender el problema. Implica entender y reflexionar tanto el texto como la situación que nos presenta el problema. Se debe dedicar un cierto tiempo para una lectura comprensiva del enunciado. Formularemos preguntas a los alumnos para comprobar que el enunciado del problema se ha comprendido. ¿Entiendes todo lo que dice? ¿Puedes replantear el problema con tus propias palabras? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la incógnita? ¿Sabes a qué quieres llegar?

En segundo lugar, configurar un plan. Consiste en la representación del problema mediante la modelización del problema con material manipulativo para representar los datos e interpretar la incógnita y con el propósito de dar sentido a la situación planteada. Este elemento motivador también ayuda a adquirir los aprendizajes y los procesos mentales. Asimismo convendría que los alumnos realicen una representación del problema utilizando dibujos o gráficos.

En tercer lugar, ejecutar el plan. Se trata de utilizar las diferentes técnicas de recuento con el material disponible para obtener la solución. Esta fase conviene dedicarse a desarrollar y evolucionar en las técnicas de los alumnos hasta llegar a la utilización de las sentencias numéricas de la suma o de la resta para obtener la solución.

Por último, la interpretación y valoración del resultado integra una fase final de reflexión sobre el progreso seguido, que implica: la comprobación de la solución, la revisión del plan ideado, la ejecución del mismo y la coherencia de todo el proceso.

Todo este proceso adquiere sentido con la comprensión a través de la manipulación real de objetos y situaciones y la verbalización de lo observado, para posteriormente alcanzar su transcripción al lenguaje gráfico y simbólico, al mismo tiempo que conseguimos conectar el lenguaje verbal con el lenguaje matemático (Martínez y Sánchez, 2013).

Los niños tienen que modelizan la acción y las relaciones que aparecen en los problemas. Estas estrategias de modelización con materiales manipulativos tendrán que dejar paso a estrategias más avanzadas de recuento hasta llegar a los hechos numéricos. El aprendizaje de los hechos debe construirse a partir de la comprensión de las relaciones numéricas desarrolladas con el uso de las estrategias de modelización y conteo (Puig Espinosa y Cerdán, 1998).

De esta manera, a través de situaciones didácticas aditivo concretas, no solamente estamos propiciando el aprendizaje del proceso de resolución de problemas, sino que profundizamos en la enseñanza del conteo. Como señala Carpenter (1999), las habilidades y conceptos matemáticos se aprenden de forma comprensiva en el proceso de resolución de problemas mejor que proporcionando fragmentos aislados de conocimientos.

Es decir, la construcción del significado va ligada a la vía de la resolución de problemas y exige plantear a los niños diferentes situaciones para que se familiaricen con ellas, las resuelvan inicialmente por medio de recuentos y terminen asociándolas con las operaciones aritméticas. En definitiva, se trata de establecer conexiones entre los conocimientos informales que van adquiriendo y los conocimientos formales matemáticos (Carpenter et al, 1999).

Además, los escolares deben resolver estas situaciones problemáticas de manera autónoma. El docente debe dar libertad a los niños para descubrir las relaciones existentes entre los elementos y resuelvan a partir de sus propias estrategias (Maza Gómez, 1989).

Por tanto, debemos plantear a los alumnos diferentes situaciones problemáticas para que ellos solos se enfrenten a buscar la solución y sean capaces de desarrollar estrategias personales de resolución, propiciando que el niño asimile mejor el significado del concepto y las razones que la justifican.

De este modo, los alumnos desarrollan su competencia matemática al sentirse inmersos en el proceso de resolución de problemas, razonamiento, establecimiento de conexiones y comunicación (De Castro et al., 2012). Al mismo tiempo, conseguimos estimular la iniciativa del niño, su autoestima y su creatividad.

Otra cuestión primordial a tener en cuenta, es que la resolución de problemas implica comprender la información del enunciado, procesar esta información para la construcción de representaciones internas y utilizar estrategias comunicativas a través del lenguaje. Echenique (2006) sostiene que debemos dedicar tiempo a explicar los procesos de pensamiento que tienen lugar para que los escolares tomen conciencia de ellos.

Por ello, hay que priorizar la realización de debates y puestas en común de las técnicas y estrategias utilizadas por los alumnos, llevando a cabo un aprendizaje social

de los procesos de resolución. Carpenter et al. (1999) afirman que los niños entienden mejor, y aprenden más, cuando se escuchan unos a otros. Lo comprenden mejor que cuando lo oyen directamente del maestro.

Así pues, las explicaciones que dan los niños tienen un doble valor didáctico. Por una parte, ayudan a uno mismo a organizar su pensamiento para producir la explicación, aumentando la comprensión sobre el proceso. Por otra parte, constituyen una enseñanza para los compañeros (De Castro y Escorial, 2007).

En otras palabras, es fundamental verbalizar los procesos que se dan interiormente. Esto nos permite conocer, por un lado, la forma de razonar y proceder de los niños; y, por otro, detectar los posibles fallos o errores (Jimeno, 2006).

Por último, no nos debemos olvidar la utilización de diferentes recursos didácticos, especialmente los manipulativos. Los materiales manipulativos en el aula son un medio para ayudar en las representaciones mentales de los niños para adquirir conceptos nuevos en las etapas tempranas del aprendizaje (De Castro y Ramírez, 2016).

En cuanto a la organización de los alumnos en el aula, sería recomendable la realización de agrupamientos en pequeños grupos heterogéneos para el aprendizaje colaborativo, contribuyendo a la adquisición de la competencia lingüística y competencias sociales y cívicas.

4.2. Justificación de la elección de los problemas propuestos

Tomando como base la valoración de los resultados de la prueba inicial, los problemas formulados en la secuencia de enseñanza se ajustan a una graduación de dificultad creciente teniendo en cuenta diferentes variables.

En relación al tamaño de las cantidades implicadas en los datos, son inferiores a 20. En cuanto a los contextos en los que se formulan los problemas, como ya hemos explicado anteriormente, hemos tenido en cuenta su nivel curricular y que impliquen situaciones significativas y funcionales para el alumno, así como que sean capaces de despertar su curiosidad.

Respecto a la posición de la incógnita, en la prueba inicial no incluimos problemas de cambio con la incógnita en la cantidad inicial ni problemas de

comparación con la incógnita en la cantidad de referencia por poseer una mayor complejidad. Sin embargo, en la propuesta de enseñanza incluimos también problemas con la incógnita en cualquier posición porque es conveniente ofrecer situaciones variadas para evitar que los niños resuelvan los problemas utilizando palabras claves, tal y como se observó en las valoraciones iniciales. No obstante, en estos problemas hemos considerado utilizar cantidades inferiores a 10 para el tamaño de los datos y la incógnita.

La variable que hemos considerado para la secuenciación de cada una de las sesiones ha sido la estructura semántica de los problemas aritméticos aditivos, siguiendo una gradación de menor a mayor dificultad. Así, hemos contemplado las categorías de combinación, cambio y comparación. Especificar, que en el problema de combinación con la incógnita en la cantidad final, dado que los resultados iniciales mostraron un alto nivel de éxito, hemos optado por plantear una situación hipotética contextualizada familiar y con el tamaño de la incógnita superior a 20.

En la figura 18 se muestra el esquema con los tipos de problemas propuestos en nuestra secuencia de enseñanza siguiendo una gradación de menor a mayor dificultad, tal y como proponen Cid et al. (2013).

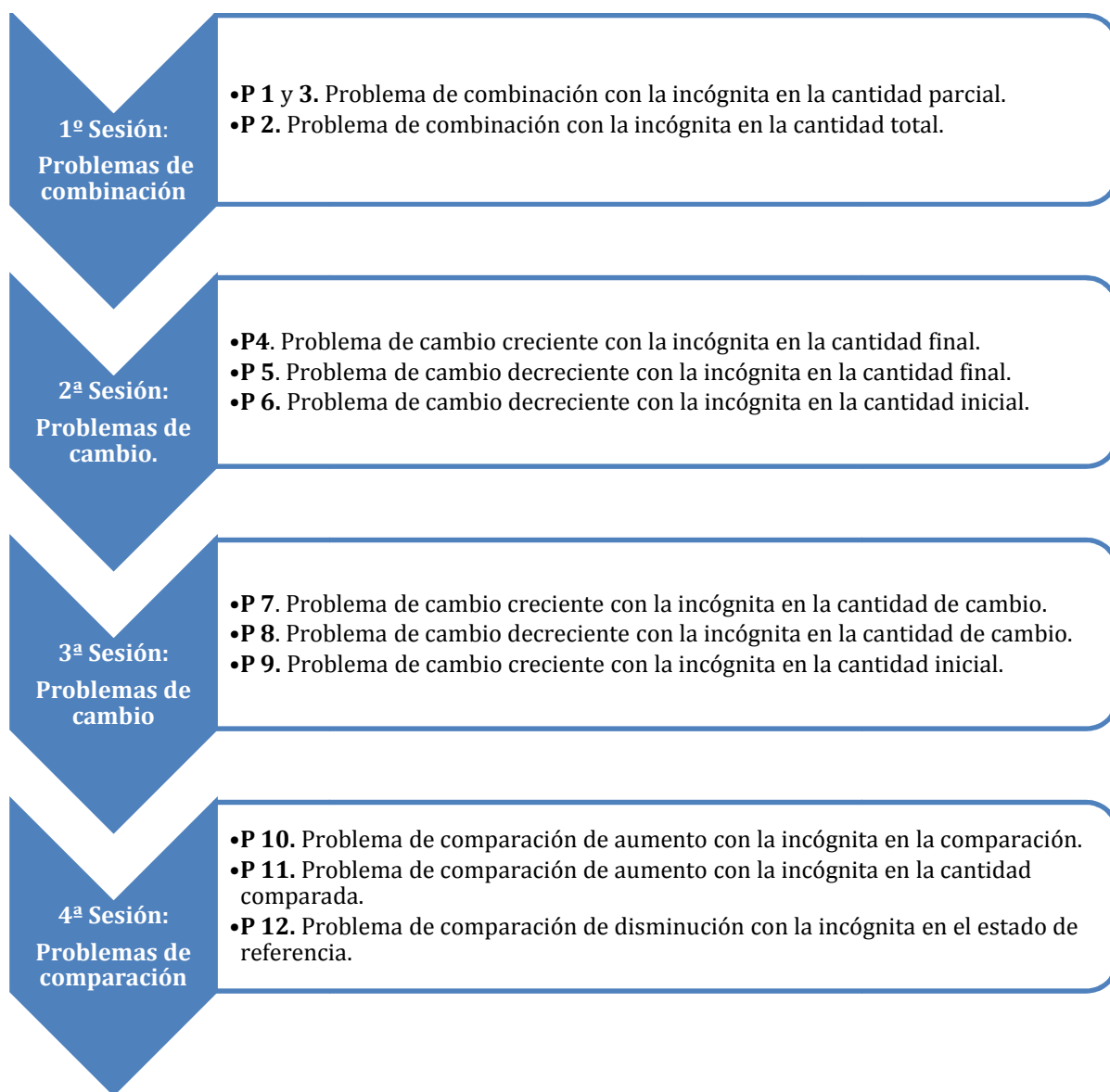


Figura 18. Propuesta de problemas por orden de dificultad

5. IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA EN EL AULA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1. Desarrollo de la propuesta didáctica en el aula

Tal y como hemos expuesto en el apartado anterior, en nuestra propuesta didáctica se plantean diferentes tipos de problemas aritméticos aditivos de una etapa, atendiendo a su estructura semántica.

En cada sesión se proponen tres problemas del mismo tipo siguiendo la organización de las fases de resolución de problemas.

En primer lugar, un alumno lee el problema. Seguidamente, la maestra vuelve a hacer una lectura comprensiva en voz alta del enunciado resaltando la información relativa a los datos y la incógnita. Reformulamos su planteamiento, explicando el problema con otras palabras y hacemos preguntas a los alumnos para saber si lo han comprendido.

En segundo lugar, realizamos la modelización con los materiales manipulativos. Cada alumno modeliza el problema con sus propios materiales en su mesa. La maestra guía a los escolares durante esta fase. A continuación, la maestra formula preguntas para ayudar a los niños a utilizar las estrategias adecuadas para resolver correctamente el problema.

En la fase de la ejecución del plan, cada niño individualmente realiza una ficha donde resuelve el problema. En esta ficha, los alumnos tienen que hacer dibujos que representen la modelización que acaban de hacer. Aquellos alumnos que sepan la operación aritmética necesaria, la reflejarán en su ficha. También tienen que escribir la solución con la cantidad junto a su unidad.

Además, cada alumno en su ficha tendrá que rodear los siguientes items para conocer su nivel de comprensión en el problema.

<i>¿Comprendo el problema?</i>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>¿He dibujado el problema?</i>	<i>SI</i>	<i>NO</i>
<i>¿Cómo lo he resuelto?</i>	<i>BIEN</i>	<i>MAL</i>

Mientras los alumnos están resolviendo el problema, la maestra observa y supervisa las estrategias que usan los escolares y solventa las posibles dudas. Posteriormente, cuando todos los alumnos hayan terminado de resolver el problema, se

lleva a cabo una puesta en común. Los alumnos compartirán con sus compañeros las estrategias utilizadas y la solución obtenida para enriquecer al grupo con sus aportaciones y mejorar la comprensión del problema.

Una vez que cada alumno haya detallado el proceso realizado. La maestra resuelve el problema enfatizando las técnicas y estrategias adecuadas que los niños han utilizado. Asimismo, en esta puesta en común, podemos hacer comparaciones con otros problemas, aclarar confusiones, así como desarrollar otras técnicas de recuento más avanzadas. Este procedimiento es llevado a cabo con cada uno de los problemas.

A continuación, vamos a explicar los problemas propuestos en cada una de las sesiones:

5.1.1. Primera sesión

En la **primera sesión** se formulan los siguientes problemas de problemas de combinación.

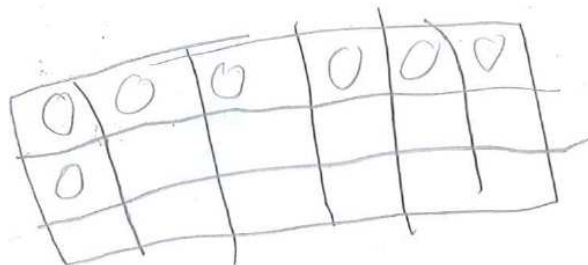
Problema 1. *Tengo una huevera de 12 huevos. Si tengo 7 huevos, ¿cuántos huevos me faltan para tener la huevera completa?*

Es un problema de combinación con la incógnita en la cantidad parcial. Se espera que los alumnos "fabriquen" sus propios huevos con bolas de plastilina. Después tendrán que observar los huevos que faltan para completar la huevera. Se espera que hagan un recuento de los huevos que faltan. Puede haber dificultades en el reconocimiento de la sentencia numérica. Es probable que no todos los alumnos comprendan que se utiliza una resta para la resolución del problema. Muy posiblemente, la mayoría visualice su resolución con una suma.

Durante el proceso de resolución del problema se desarrolla de manera guiada y con ayuda. Todos los alumnos modelizan el problema y resuelven mediante la técnica del recuento de lo queda. Ningún alumno averigua la sentencia numérica correcta, todos piensan que la operación aritmética necesaria es una suma, por lo que explicamos cuál es la sentencia numérica correcta. A la hora de realizar la ficha, se observa que varios alumnos no representan correctamente la huevera, dibujando la huevera con más espacios o dibujando los huevos fuera de la huevera. Muchos no escriben la operación utilizada pero escriben la solución directamente.

En esta figura se muestra la representación gráfica de manera errónea que realizó una alumna:

RESPUESTA:



SOLUCIÓN: 5 huevos

Figura 19. Problema de combinación de la propuesta didáctica

Problema 2. *Tengo 18 caramelos de fresa y me compro 7 caramelos de limón.
¿Cuántos caramelos tengo ahora?*

Se trata de un problema de combinación con la incógnita en la cantidad total, con valores en los datos menores de 20. Con este problemas hemos cambiamos la contextualización de la situación pasando a ser una situación hipotética contextualizada familiar al niño. Podemos predecir que puede haber dificultad a la hora del recuento ya que tienen que pasar de decena. Se espera que todos alumnos realicen el recuento mediante el recitado del primer sumando y recuento del segundo sumando. También se prevé que haya alumnos que realicen técnicas de conteo más evolucionadas.

Tras la resolución, hemos observado que los alumnos han modelizado el problema con palillos. Si bien hemos apreciado algún error en esta modelización y en el conteo por el tamaño de los números. La mitad de la clase realiza un recuento comenzando con el sumando mayor y utiliza técnicas más evolucionadas como que de 18 a 20 hay 2 y más 5 pinturas de madera que quedan de añadir son 25. La otra mitad de la clase utiliza el recitado del primer sumando y conteo del segundo sumando. Una niña con dificultades en el aprendizaje utiliza el conteo de todos. En la ficha, la mayoría ha representado el problema con dibujos y han respondido correctamente. Pero la mitad no escribe la operación utilizada.

En la siguiente figura se puede apreciar la realización del problema de una niña con la representación y la sentencia numérica correcta.

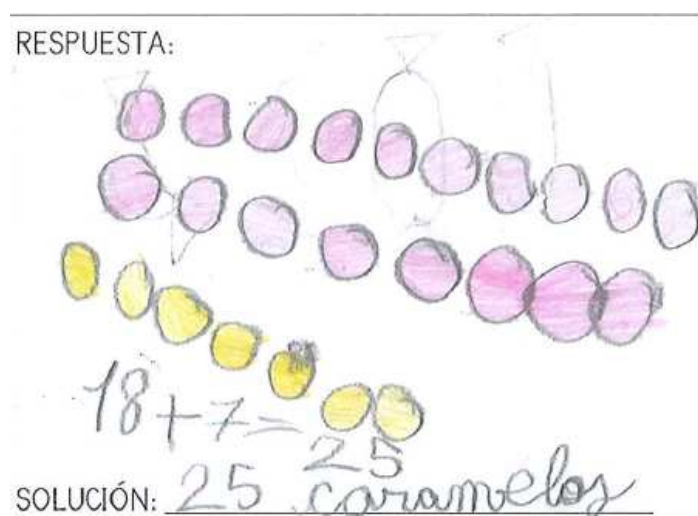


Figura 20. Problema de combinación de la propuesta didáctica

Problema nº 3. *En el gimnasio del colegio hay 14 balones. Si 8 son de futbol, ¿cuántos balones de baloncesto hay?*

Es un problema de combinación con la incógnita en la cantidad parcial. Se trata de una situación hipotética contextualizada familiar al niño sin material real a su disposición. Puede haber dificultad a la hora del recuento pero se espera que todos alumnos realicen el recuento de lo que queda. También se prevé que haya alumnos que realicen técnicas de recuento más evolucionadas. Pondremos en común las técnicas de recuento utilizadas y explicaremos otras técnicas más avanzadas.

Durante la resolución, la mayoría de los alumnos no comprende el enunciado del problema. Se explica con una lectura comprensiva, explicando el enunciado con otras palabras y subrayando los datos y la incógnita. Los niños modelizan con palillos aunque se observan errores en el conteo. Algunos alumnos utilizan la técnica del conteo progresivo del minuendo al sustraendo, desde el 6 hasta el 14. Pero ninguno identifica la sentencia numérica de la resta. Parte de la clase muestra dificultades en la comprensión del problema y piensan que la solución es la suma de los datos, resolviendo erróneamente con la operación aritmética $14+8$. En la ficha, algunos alumnos dibujan 14 balones y otros 8 balones. Otros no realizan dibujos o no escriben la

operación pero reflejan la solución correcta. Destacar que solo 4 alumnos resuelven correctamente.

En esta figura un alumno representa los balones por medio de dibujos y escribe la solución correcta sin la sentencia numérica.

RESPUESTA:



SOLUCIÓN: 6 balones

Figura 21. Problema de combinación de la propuesta didáctica

5.1.2. Segunda sesión

En la **segunda sesión** se proponen los siguientes problemas de cambio utilizando como material manipulativo los palillos:

Problema nº 4. *Tengo 14 palillos, si mi compañero me da 5 suyos.
¿Cuántos palillos tengo ahora?*

Problema de cambio creciente con la incógnita en la cantidad final. Los alumnos pueden identificar la sentencia numérica puesto que la incógnita está al final. Se espera que utilicen el conteo de todos o el recitado del primer sumando y conteo del segundo sumando. Puede haber algún error a la hora del recuento.

Después de la realización del problema se observa que todo el alumnado lo comprende, realiza de manera correcta el recuento y resuelve correctamente. Las técnicas utilizadas para el recuento, de manera mayoritaria son el conteo a partir del sumando mayor. Se ayudan de los dedos de la mano. Dos alumnos realizan el siguiente

cálculo mental: $5 + 5$ igual a 10 menos 1 igual a 9; más la decena son 19. Cinco alumnos escriben la sentencia numérica de la suma. Los demás alumnos comprenden y reconocen que se trata de una suma pero no la señalan, simplemente hacen el recuento.

También se extiende el problema con los datos de forma inversa, para saber si los alumnos realizan el recuento a partir del primer sumando, que en este caso es el menor; o a partir del sumando mayor. Mayoritariamente, todos realizan el recuento a partir del sumando mayor. A partir de aquí se explica la propiedad conmutativa y los alumnos llegan a su comprensión fácilmente.

En la siguiente figura se muestra cómo una niña representa con dibujos y escribe la sentencia numérica correctamente.

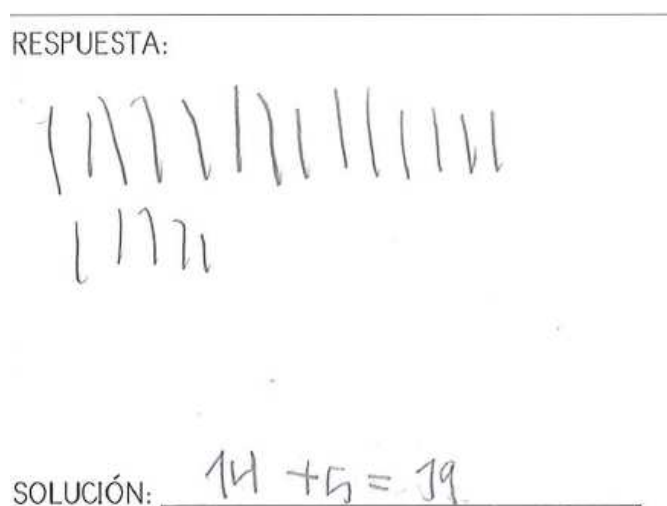


Figura 22. Problema de cambio creciente de la propuesta didáctica

Problema 5. *Tengo 12 palillos y se pierden 4. ¿Cuántos palillos tengo ahora?*

Se trata de un problema de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad final. Los alumnos tienen que modelizar el problema utilizando la técnica del recuento de lo que queda. Una vez que hayamos resuelto el problema explicaremos la técnica de recuento hacia atrás y les animaremos a practicarla.

Tras la resolución, hemos constatado que todos los alumnos han modelizado adecuadamente. La mayoría ha realizado el conteo correctamente y han resuelto bien el problema. Pero 5 alumnos han sumado 12 más 4. Algunos niños han realizado el recuento de lo que queda. La mayoría ha resuelto con el recuento progresivo desde el

sustraendo al minuendo. Dos alumnos han utilizado otras técnicas de conteo más evolucionadas como es el caso del conteo hacia atrás desde el minuendo al sustraendo. Este conteo se ha realizando el siguiente cálculo mental: 12-2 y resto 2 que quedan. Seis niños reconocen la sentencia numérica de la resta. En la puesta en común, a través del aprendizaje social, se explican las técnicas de recuento utilizadas por los compañeros, así como la utilización de la operación aritmética de la resta.

En la figura 23 podemos ver la representación del problema que hace un niño, anotando la solución con la sentencia numérica.

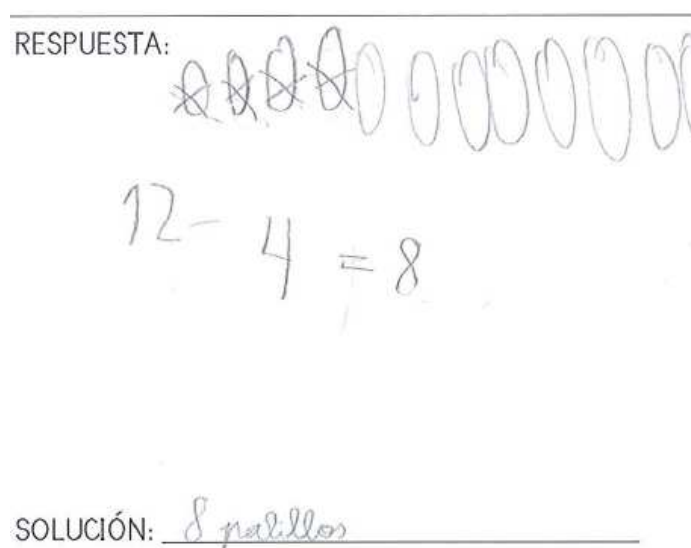


Figura 23. Problema de cambio decreciente de la propuesta didáctica

Problema 6. *Se rompen 2 palillos y ahora tengo 5 palillos en total.
¿Cuántos palillos tenía al principio?*

Es un problema de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad inicial y con el tamaño de los datos menor de 10. Se espera que los niños modelicen el problema y realizan un recuento utilizando el recitado del primer sumando y recuento del segundo sumando. Haremos una puesta en común de las técnicas utilizadas por los alumnos.

Terminado el problema, se observa que la mayoría resuelve correctamente, a pesar de que la incógnita está al inicio. Hay 3 alumnos que resuelven de manera errónea, porque hacen una resta: 5-2. La técnica utilizada es el recuento a partir del sumando mayor. La mitad de los alumnos escriben la sentencia numérica de manera

correcta. Otros niños indican directamente la solución sin señalar la operación utilizada. En la puesta en común todos reconocen que se utiliza una suma. Dos niños exponen que una vez que hacen el recuento de 5 más 2; vuelven a restar 7 menos 2 para comprobar el resultado del problema.

En la figura 24 podemos ver la representación del problema que hace un niño, anotando la solución pero sin la sentencia numérica.

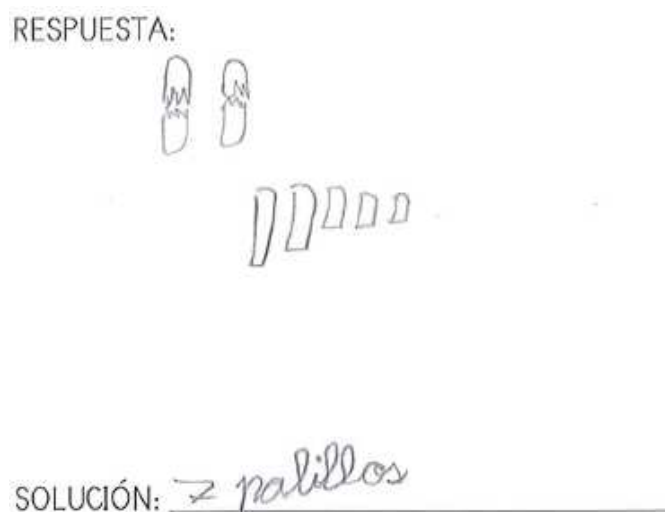


Figura 24. Problema de cambio decreciente de la propuesta didáctica

5.1.3. Tercera sesión

En la **tercera sesión** continuamos con los problemas de cambio utilizando como material los lacasitos.

Problema 7. *Tengo 9 lacasitos. En una bolsa me he encontrado algunos, y ahora tengo 13 lacasitos. ¿Cuántos lacasitos me he encontrado?*

Es un problema de cambio creciente con la incógnita en la cantidad de cambio. Se espera que los alumnos modelicen el problema y resuelvan con la técnica del recuento progresivo desde el sustraendo hasta el minuendo o con la técnica de la diferencia. Haremos una puesta en común de las técnicas de conteo utilizadas y propondremos otras más avanzadas. Trataremos de que a partir del comentario de algún niño, entiendan la resolución con una resta. Para ello podremos ayudarnos de preguntas a la clase en la puesta en común.

Después de la resolución, se observa que la mayoría de los alumnos comprenden el problema y lo modelizan con el material que han traído de casa. La mayor parte de la clase realiza bien el conteo y resuelven de manera correcta. Sin embargo, cuatro niños resuelven mal: $13+9$ igual a 20. Dos niños se confunden al escribir la sentencia numérica y un niño se confunde al escribir la solución aunque la operación es resuelta correctamente.

Las técnicas utilizadas por casi todos los alumnos son el conteo progresivo desde el sustraendo al minuendo. Es decir, cuentan los lacasitos que añaden para tener 13. Se observa que mayoritariamente los niños comprenden el problema mediante una suma. Una niña explica que modeliza por un lado 9 lacasitos y por otro lado 13 lacasitos, y realiza el recuento de la diferencia. Otro niño hace el conteo desde 9 hasta 13 en dos fases: de 9 a 10 hay 1; de 10 hasta 13 hay 3; finalmente suma $1 + 3$. Otro niño realiza el recuento de $10+4$ y resta 1. Solo dos niños identifican la sentencia numérica con la operación aritmética de la resta: $13 - 9$.

En la figura 25 podemos ver la representación del problema que hace un niño, anotando la solución con la sentencia numérica pero escrita de manera incompleta.

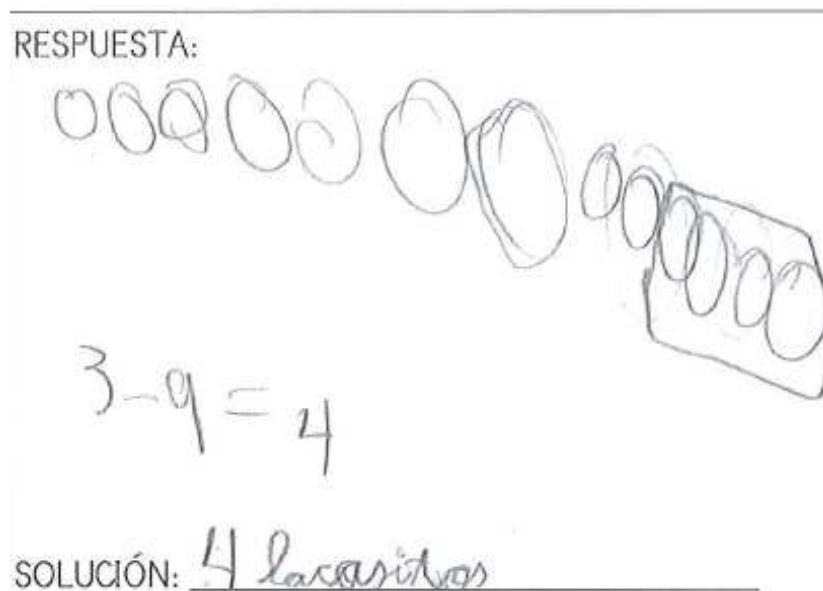


Figura 25. Problema de cambio creciente de la propuesta didáctica

Problema 8. *Tenía 13 lacasitos. Pero me he comido algunos y ahora tengo 7.*

¿Cuántos lacasitos me he comido?

Se trata de un problema de cambio decreciente con la incógnita en la cantidad de cambio. Es un problema similar al anterior, pero en vez de ser creciente es decreciente. Se espera que los niños modelicen el problema. Se resuelve con el recuento de lo que queda después de emparejar el conjunto que queda con el que tenía o también contando desde el sustraendo al minuendo, los que van de 7 a 13. Posiblemente habrá algún alumno que identifique la sentencia numérica.

Durante la resolución, el alumnado modeliza el problema, de forma que 16 alumnos resuelven bien el problema y cuatro comenten errores. Dos de ellos resuelven incorrectamente mediante una suma. La mayoría resuelve con una resta. Si bien, algunos comprenden el problema como una suma.

De las técnicas de conteo utilizadas, son el conteo de lo que queda. Ponen 13 lacasitos, y van quitando contando de uno en uno hasta llegar a 7. Después hacen el conteo de lo que han quitado. Algunos alumnos visualizan desde el primer momento una resta y realizan el recuento hacia atrás desde el minuendo al sustraendo. La mayoría señala la sentencia numérica de la resta. Aunque la mitad de ellos no la escriben en la ficha.

En la puesta en común, se explica la técnica del emparejamiento para observar lo que queda. También explicamos que podemos hacer el recuento en dos fases: desde el 13 al 10 y desde el 10 al 7. Después sumamos $3 + 3$.

En la figura 26 podemos ver la representación del problema que hace una niña, representando con dibujos en forma de emparejamiento y anotando la solución pero sin la sentencia numérica.



Figura 26. Problema de cambio decreciente de la propuesta didáctica

Problema 9. *La profesora me regala 3 lacasitos y ahora tengo 7 lacasitos en total. ¿Cuántos lacasitos tenía al principio?*

Es un problema de cambio creciente con la incógnita en la cantidad inicial, con el tamaño de los datos inferior a 10. Los alumnos al modelizar el problema, pueden utilizar el recuento de lo que queda o el recuento progresivo desde el sustraendo al minuendo.

Al acabar el problema se confirma que todos los alumnos modelizan el problema. Pero hay 3 alumnos que no comprenden el problema y lo resuelven con una suma: $3+7$.

De las técnicas utilizadas, algunos alumnos realizan el conteo de lo que queda. Otros alumnos realizan un conteo hacia atrás desde el minuendo al sustraendo, aunque la mitad de la clase realiza el recuento progresivo desde el sustraendo al minuendo. La mitad de la clase plasma en su ficha los dibujos, por lo que la mayoría resuelve contando. Si bien es cierto que la mayor parte de la clase comprende que se necesita la sentencia numérica de la resta hay alumnos que comprenden el problema con una suma.

Señalar, que los alumnos comprenden el problema a pesar de presentar cierto grado de dificultad debido a que la incógnita está en el estado inicial.

En la siguiente figura se muestra que un niño resuelve utilizando la operación aritmética de la suma.

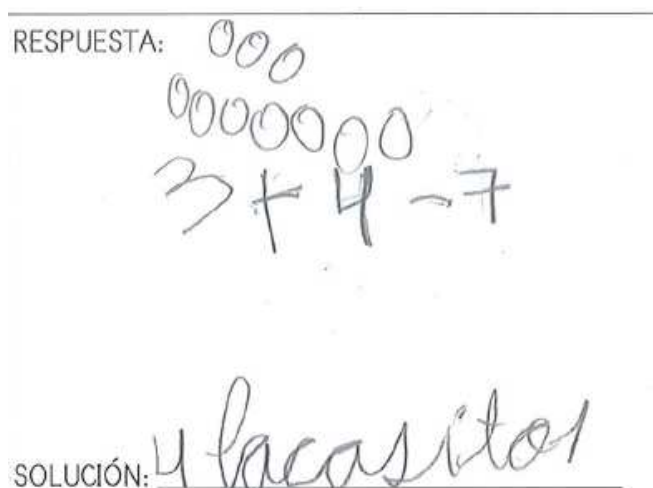


Figura 27. Problema de cambio decreciente de la propuesta didáctica

5.1.4. Cuarta sesión

En la **cuarta sesión** se plantean los siguientes problemas de comparación utilizando como material manipulativo vasos y cucharas de plástico:

Problema 10. *Tengo 10 vasos y 4 cucharas. ¿Cuántos vasos más que cucharas hay?*

Es un problema de comparación de aumento con la incógnita en la comparación. Se espera que los alumnos modelicen el problema con el material que han traído utilizando la técnica de emparejamiento de cada vaso con su cuchara. Los alumnos tienen que realizar un recuento de los vasos que no tienen cuchara. Se espera que pueda haber dificultades para reconocer la resolución como una resta. Para ello nos ayudaremos de comentarios de los propios niños que nosotros mismos iremos encaminando mediante preguntas a los alumnos para la explicación.

Después de la resolución, observamos que todos los alumnos a excepción de una niña comprenden el problema. Todos los alumnos modelizan correctamente el problema, aunque hay dos alumnos que presentan dificultades con la manipulación del material. Estos dos alumnos resuelven mal el problema porque posteriormente, en la puesta en común, percibimos que uno de ellos no lo modeliza correctamente y la otra alumna no lo comprende.

La técnica de recuento utilizada de manera mayoritaria es el recuento de la diferencia, emparejando cada vaso con su cucharilla y cuentan los vasos sin cucharilla. Respecto a la identificación de la operación, la mayor parte de los alumnos utilizan el conteo. Pero dos alumnos hacen una suma ($4+6$) y otros dos alumnos utilizan una resta.

En la figura 28 se muestra la representación con dibujos realizada por una niña y la solución obtenida mediante el emparejamiento.

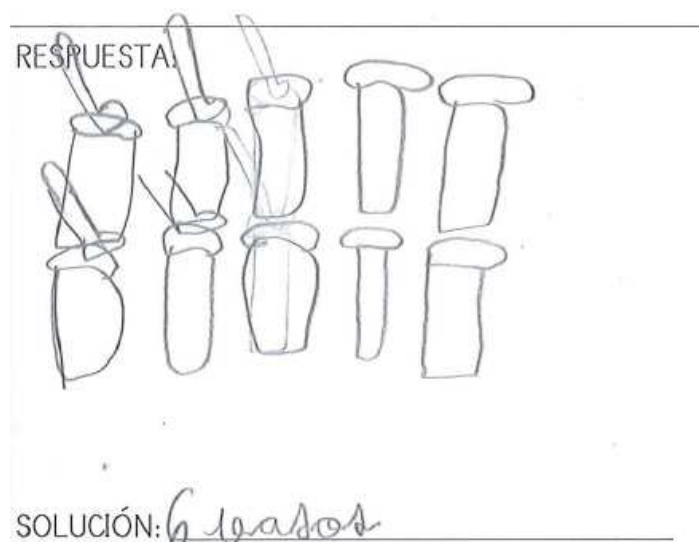


Figura 28. Problema de comparación de la propuesta didáctica

Problema 11. *Tengo 7 cucharillas. Si mi compañero tiene 5 cucharillas más que yo. ¿Cuántas cucharillas tiene mi compañero?*

Es un problema de comparación de aumento con la incógnita en la cantidad comparada.

Se espera que los alumnos resuelvan el problema ya que la pregunta menciona la palabra "más" y la incógnita está en el final. Los alumnos están acostumbrados a este tipo de problemas estereotipados. Puede haber alumnos que no resuelvan con la sentencia numérica.

La mayoría comprende y modeliza el problema correctamente. Pero hay 3 niñas que resuelven de forma incorrecta, utilizando una resta. Por lo que se entiende que no comprenden el problema. Hay tres alumnos que realizan mal el conteo, dando como solución 13. Las técnicas utilizadas para el recuento son recitado del primer sumando y

recuento del segundo sumando. También hay algún alumno que utiliza el recuento a partir de sumando mayor. En la puesta en común se observa que la mayoría de los alumnos resuelven con técnicas de recuento de la suma, pero no todos identifican la sentencia numérica.

En la figura 29 se muestra la respuesta errónea que obtiene una niña, anotando la sentencia numérica de la resta y dando como solución uno de los datos.

RESPUESTA:

$$7 - 5 = 2$$

SOLUCIÓN: 4 cucharillas

Figura 29. Problema de comparación de la propuesta didáctica

Problema 12. *Mi amigo tiene 5 cucharillas. Si tiene 4 menos que yo, ¿cuántas tengo yo?*

Se trata de un problema de comparación de disminución con la incógnita en el estado de referencia. Los alumnos tienen que modelizar el problema manipulando el material. Puede haber dificultades porque el problema menciona la palabra "menos" y se resuelve con una suma.

Solo 6 alumnos comprenden el problema y lo modelizan adecuadamente. Dos alumnos cometen errores en el conteo ($5+4=8$). De las técnicas utilizadas para el recuento predomina el recitado del primer sumando y recitado del segundo sumando. Aunque en la puesta en común, invirtiendo los datos, los alumnos utilizan el recitado del sumando mayor y recuento del sumando menor. También hay alumnos que realizan el recuento a partir del sumando mayor. Subrayar, que 6 alumnos identifican la suma

como la operación correcta y solo 4 resuelven correctamente. Por el contrario, la mayoría de la clase resuelve el problema con una resta.

En la siguiente figura se muestra la representación y la solución incorrecta que hace un niño.

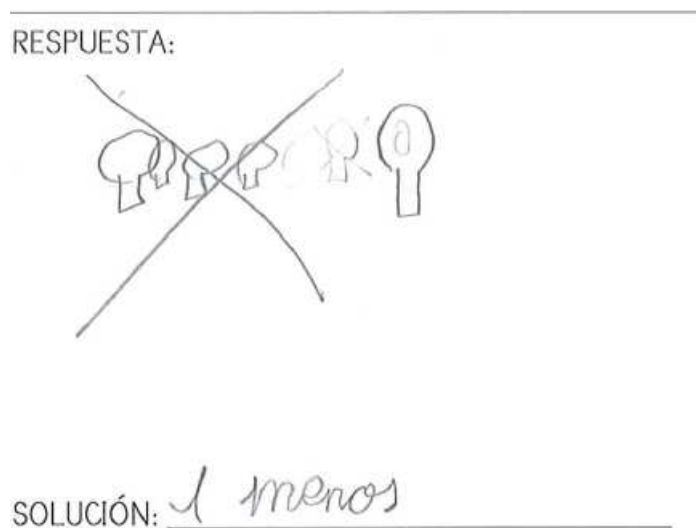


Figura 30. Problema de comparación de la propuesta didáctica

5.2. Valoración de resultados y estrategias de resolución

Para la valoración de los resultados de la secuencia didáctica realizada con los alumnos hemos tenido en cuenta los siguientes items:

1. Comprensión del problema
2. Modelización del problema
3. Realización del conteo
4. Utilización de técnicas de conteo
5. Identificación la operación correcta
6. Resolución del problema

En base a estos items de valoración, después de analizar las producciones realizadas por los alumnos durante la propuesta de enseñanza, hemos obtenido las siguientes conclusiones:

En relación a los problemas de combinación, se ha observado que los niños han tenido dificultades en la representación de los dibujos. Además, ha habido dificultades

en reconocer la sentencia numérica cuando la incógnita estaba en la cantidad parcial. En estos problemas de combinación con la incógnita en la cantidad parcial, también ha habido dificultades en su comprensión al tratarse de una situación hipotética contextualizada familiar al niño.

En el gráfico de la figura 31 se muestra que el alumnado muestra más dificultades en el problema 3 con una situación hipotética contextualiza.

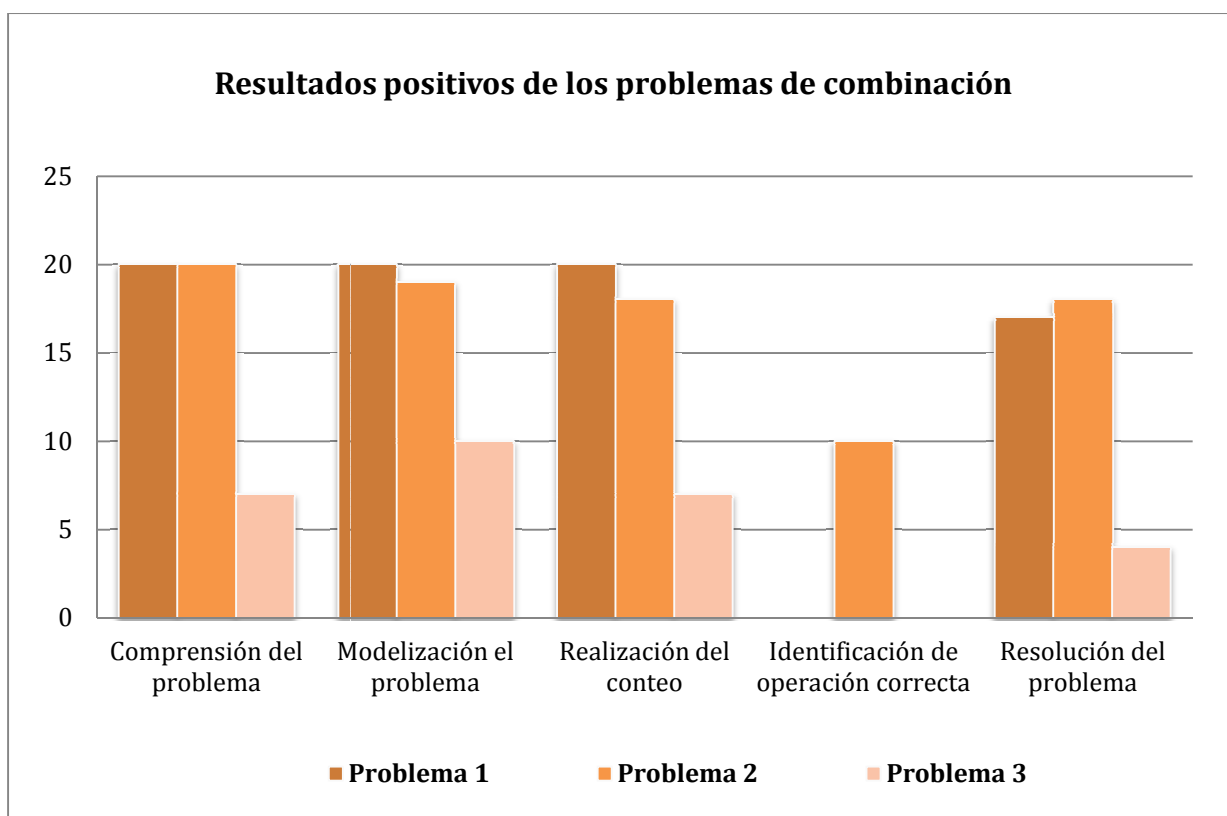


Figura 31. Resultados positivos de los problemas de combinación de la propuesta didáctica

Respecto a los problemas de cambio, en líneas generales, no se aprecia ninguna dificultad. Si bien, podemos afirmar, que los alumnos saben resolver de manera correcta pero no identifican la operación aritmética necesaria. En los problemas de este tipo con la incógnita en la cantidad inicial, a pesar de tener mayor dificultad por la posición de la incógnita, los alumnos comprendieron y resolvieron el problema. No obstante, esto puede deberse al tamaño de los datos que utilizamos, que fue inferior a 10.

En el gráfico de la figura 32 se observa que la mayor dificultad en los problemas de cambio es la identificación de la operación aritmética correcta.

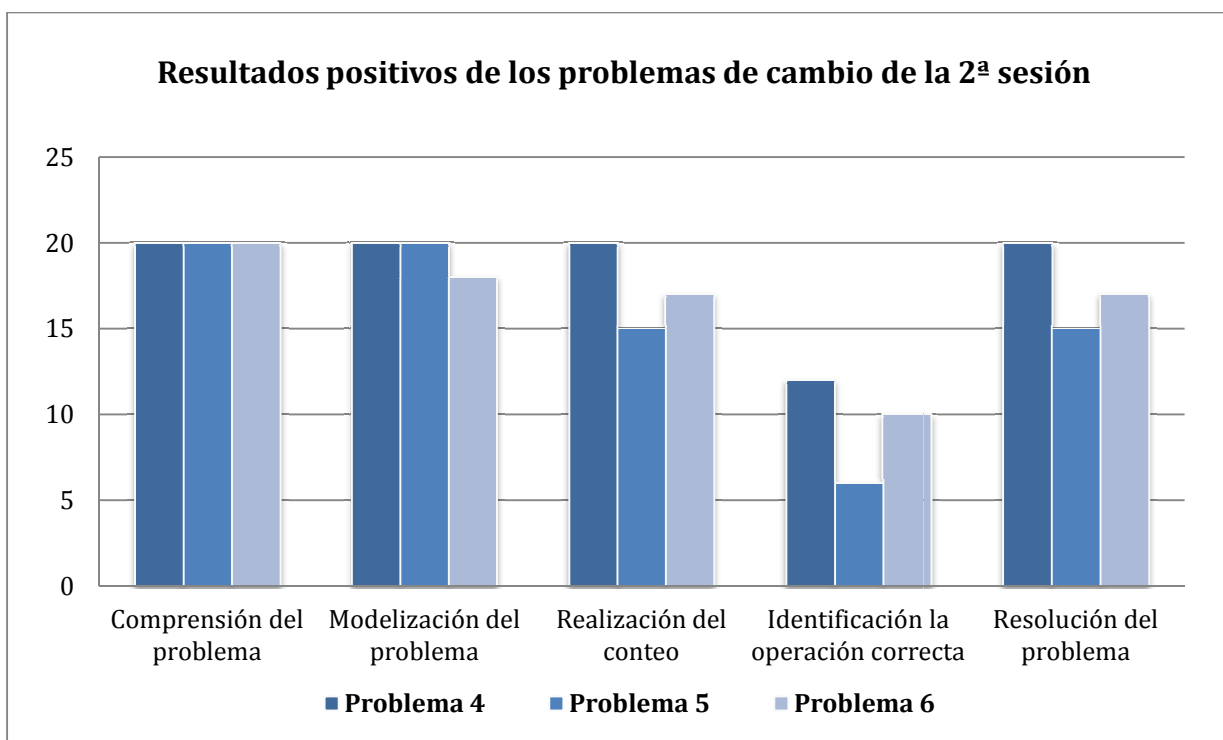


Figura 32. Resultados positivos de los problemas de cambio de la segunda sesión de la propuesta didáctica

En la figura 33, el gráfico nos muestra que la principal dificultad en los problemas de cambio sigue siendo la identificación de la sentencia numérica.

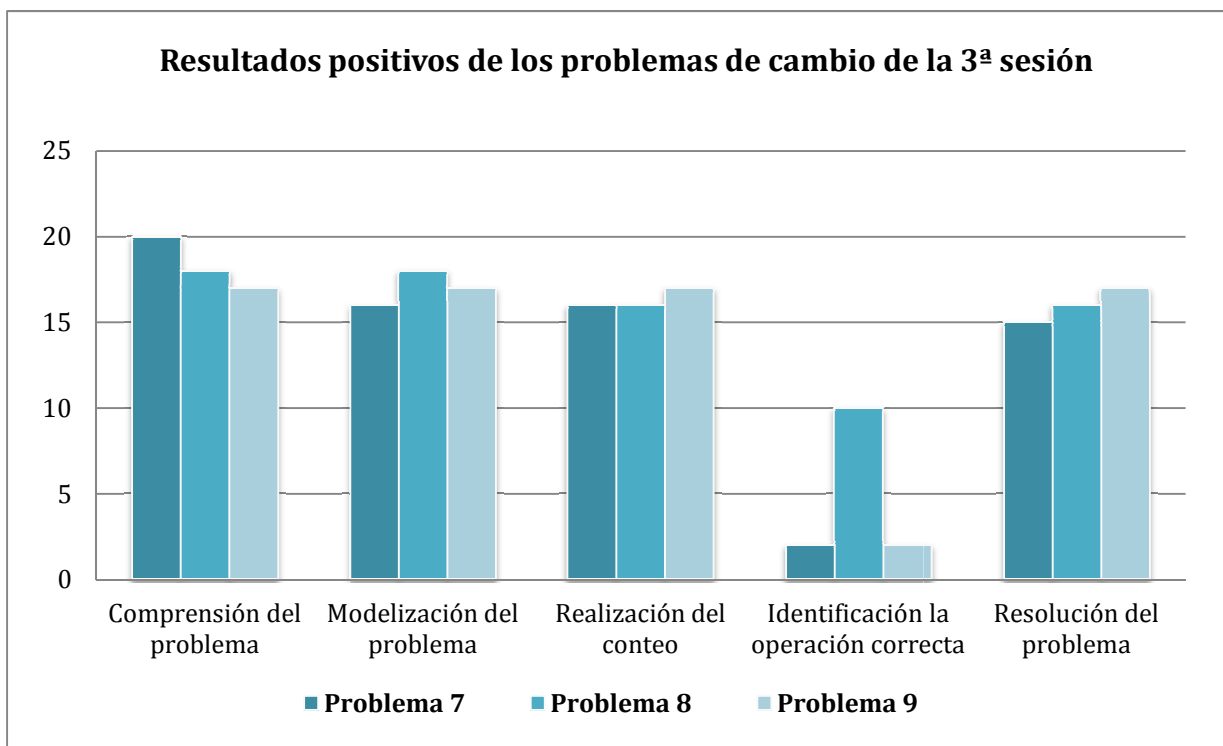


Figura 33. Resultados positivos de los problemas de cambio de la tercera sesión de la propuesta didáctica

En cuanto a los problemas de comparación, la mayor dificultad encontrada ha sido en el problema de comparación de disminución con la incógnita en el estado de referencia. A pesar de haber planteado el problema con el tamaño de los datos inferior a 10, los alumnos no han sabido resolverlo. Esto puede deberse, por un lado, a la posición de la incógnita; y, por otro lado, a la interpretación errónea de la palabra clave "menos", cuando el problema realmente se resuelve con una suma.

En el gráfico de la figura 34 se observa que los niños presentan más dificultades en el problema 3 de comparación con la incógnita en el estado de referencia.

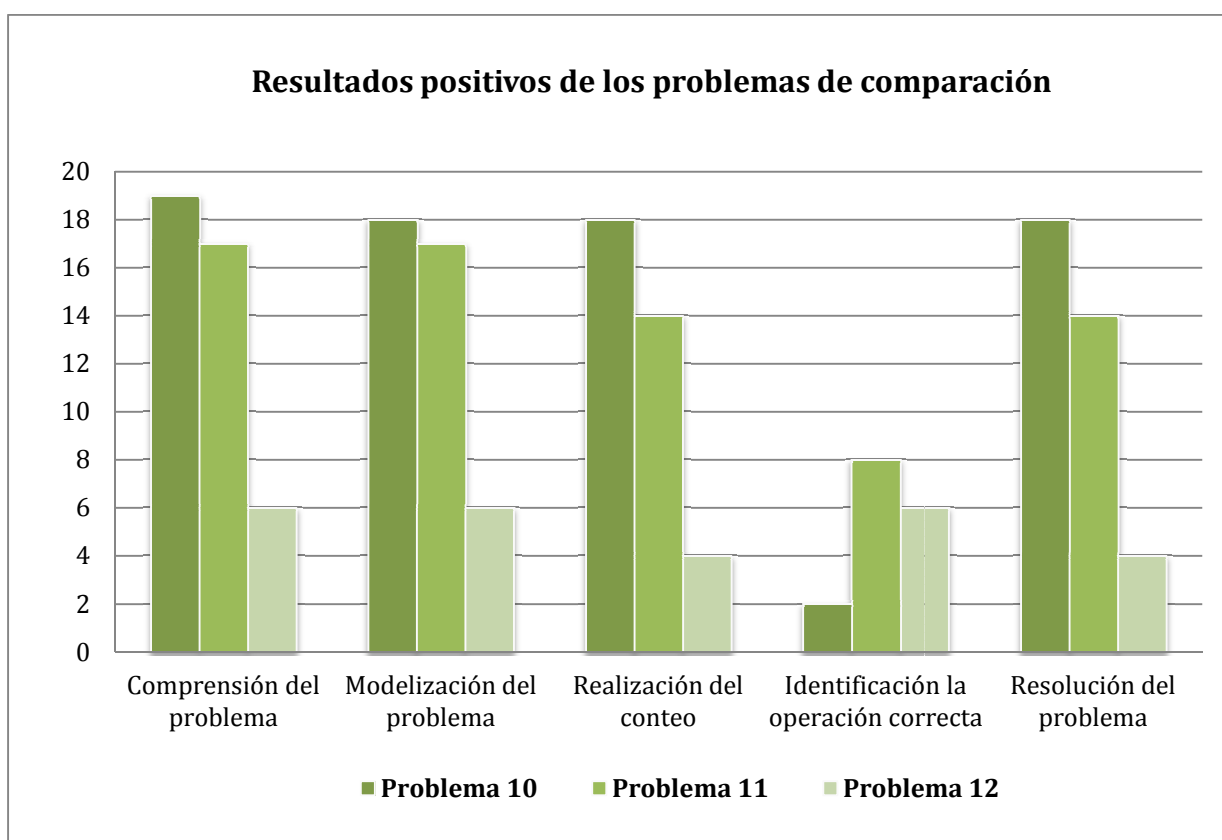


Figura 34. Resultados positivos de los problemas de comparación de la propuesta didáctica

En resumen, podemos confirmar que los porcentajes de éxito han sido muy positivos. No obstante, la tasa de éxito decrece cuando los problemas plantean la incógnita en la cantidad inicial. Asimismo, los alumnos muestran mayor dificultad en identificar la sentencia numérica cuando la incógnita no está situada en la cantidad final. Por lo tanto, estas valoraciones son acordes con la graduación de dificultad según la estructura semántica expuesta en las investigaciones de Cid et al. (2013).

Seguidamente vamos a comentar los errores cometidos en cada una de las fases que expone Polya (1995):

En la primera fase, los errores más frecuentes son relacionados con la comprensión del enunciado de la situación problemática planteada. Es decir, se trata de errores conceptuales como apuntan Orrantia y Vicente (2006). Especialmente cuando se trata de problemas no estereotipados, ya que los niños no están familiarizados con este tipo de problemas. También, suelen mostrar una tendencia a guiarse por las palabras clave que aparecen en el enunciado, lo que interfiere en la comprensión el problema.

En la segunda fase pueden aparecer errores en la representación (Orrantia, 2003). Así, hemos constatado fallos a la hora de la modelización. Aunque, en mayor medida los errores han aparecido en la representación con dibujos en la ficha individual. Además, algún niño ha mostrado cierta reticencia a utilizar los materiales para la modelización y a realizar la representación gráfica. Esto puede deberse a que los niños no están habituados a resolver problemas siguiendo las fases del proceso de resolución.

En la tercera fase, aparecen confusiones al realizar el recuento con el apoyo las palabras clave, utilizando estrategias superficiales (Ramírez, 2015). También aparecen errores para decidir si se utilizan técnicas de recuento de la suma o bien de la resta. Si bien, los errores de ejecución mencionados por Orrantia y Vicente (2006) aparecen con escasa frecuencia. La mayoría de los alumnos, por si solos, no identifica la sentencia numérica. Aunque si la comprenden con ayuda.

En la cuarta fase, hay muy pocos alumnos que la llevan a cabo de manera individual. La mayoría obtiene el resultado, anota la solución y no va más allá. Sin embargo, en la puesta en común, con toda la clase, llevamos a la práctica una reflexión final sobre el proceso realizado, explicando los procesos mentales utilizados para que los niños sean conscientes de ellos (Echenique, 2006).

Por otro lado, cabe señalar que se pidió a los alumnos que anotaran en la ficha una serie de items correspondientes a cada problema. Recordar, que en la prueba inicial también se hizo, pero la valoración de estos registros no fue positiva al reflejarse cierta confusión en las respuestas de los alumnos. De este modo, para la secuencia didáctica, estos items han sido modificados para que fueran más asequibles para los niños. El cuestionario preguntaba si se había comprendido el enunciado, si se habían realizado dibujos y si creían haber resuelto bien o mal el problema.

Una vez analizados estos registros más simplificados, podemos afirmar que las respuestas de los niños están en consonancia con las producciones realizadas en los problemas. Con esto queremos decir, que los niños comprenden los pasos del proceso para resolver el problema y son conscientes de sus respuestas. Por ejemplo la primera pregunta: *¿Comprendo el problema?*, corresponde a la fase 1. La segunda pregunta: *¿He dibujado el problema?*, se relaciona directamente con la representación de la modelización, en la fase 2. Por último, la tercera pregunta: *¿Cómo lo he resuelto?*, se vincula con la última fase del problema.

Finalmente, podemos concluir que los resultados de nuestra propuesta de enseñanza han sido muy positivos, y más teniendo en cuenta la prueba indagatoria. La metodología ha sido satisfactoria. El planteamiento de situaciones problemáticas cotidianas y cercanas al alumno, como protagonista de su aprendizaje, ha favorecido el grado de implicación en la trabajo escolar, tal y como señalan De Castro y Escorial (2007). La explicación de las fases del proceso de resolución de problemas de manera guiada ha permitido comprender a todos los alumnos las acciones a llevar a cabo para resolver situaciones problemáticas. Asimismo, en la puesta en común, las intervenciones de los alumnos sobre las técnicas y estrategias utilizadas han beneficiado y enriquecido la comprensión del proceso entre los compañeros, constituyendo un aprendizaje social y al mismo tiempo, permitiendo organizar y comprender el pensamiento de uno mismo sobre el proceso (Carpenter, et al., 1999).

5.3 Desarrollo de la evaluación final

Hemos diseñado una prueba final con el objetivo de analizar y valorar el nivel de comprensión, así como las técnicas y estrategias que han adquirido los alumnos a la hora de enfrentarse a una situación problemática, después de poner en práctica nuestra secuencia de enseñanza en relación al proceso de resolución de problemas aritméticos.

Para la elaboración de los problemas o situaciones concretas aditivas que componen la prueba final hemos considerado problemas no estereotipados, por presentar mayor grado de dificultad y tratar de examinar si los han comprendido.

Estos problemas se presentan de manera contextualizada, planteando situaciones reales y familiares al niño, con la disposición de materiales manipulativos para modelizar el problema. Además, hemos tenido en cuenta la variable del tamaño de los datos utilizando números menores que 20.

Tanto la organización espacial en el aula como la organización temporal de la sesión mantienen la misma similitud que en la prueba inicial. Antes de la prueba, se recuerda a los alumnos los pasos que tienen que seguir, como la utilización de los materiales manipulativos, la representación con dibujos y la realización de la ficha individual.

Asimismo, para la realización de esta prueba final, se ha pedido a los alumnos que anotaran en cada problema de la ficha los mismos ítems que aparecen en la secuencia didáctica. También tienen que completar un apartado final donde se formulan las siguientes preguntas de valoración personal.

A. ¿Te gusta realizar problemas de matemáticas?

B. ¿Prefieres usar materiales para resolver tareas?

C. ¿Te gustaría continuar haciendo problemas de matemáticas de la misma manera?

A continuación vamos a analizar los tres problemas presentados en la evaluación final, llevada a cabo el día 16 de Abril, en una sesión de aproximadamente 60 minutos.

Problema 1. Tienes 14 pinturas, unas son plastidecor y otras de madera.

Si 8 son de plastidecor, ¿cuántas pinturas son de madera?

Se trata de un problema de combinación con la incógnita en la cantidad parcial. Este problema es similar a un problema planteado en la prueba inicial. Hemos considerado volver a hacer este problema para examinar el nivel de comprensión asimilado por los escolares después de la intervención de nuestra propuesta didáctica, ya que en la prueba inicial únicamente tres alumnos dieron la respuesta correcta.

Tras la resolución de este problema en la evaluación final, hemos comprobado que 12 alumnos lo hacen bien. De ellos, la mayoría resuelve contando desde el sustraendo hasta el minuendo. Solo dos resuelven indicando la operación aritmética de la resta. Los demás alumnos no comprenden el problema y hacen una suma. Los niños que no han realizado la representación con dibujos, resuelven de manera errónea.

Estos resultados nos indican que una parte de los alumnos han entendido este tipo de problemas. Sin embargo, algunos niños muestran dificultades en la comprensión del enunciado.

En la siguiente figura se muestra como una niña resuelve anotando la sentencia numérica de la suma.

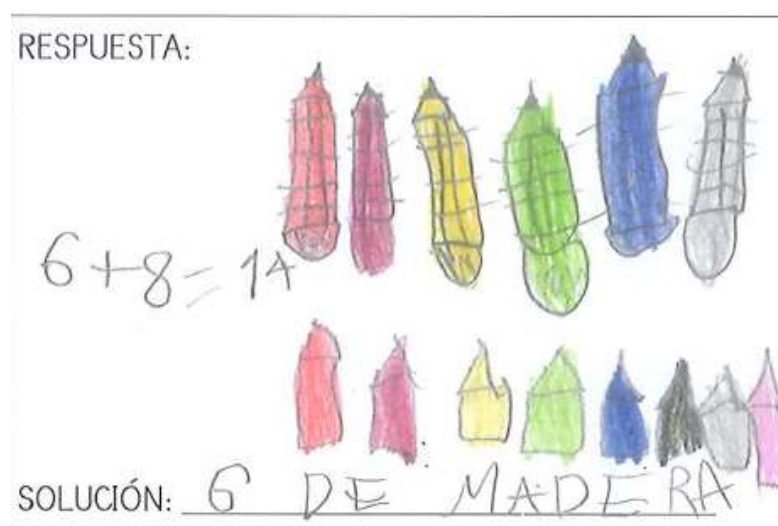


Figura 35. Problema de combinación de la prueba final

Problema 2. *Tengo una huevera con 7 huevos. Compro algunos en la tienda y ahora tengo la huevera completa con 12 huevos. ¿Cuántos huevos he comprado?*

Es un problema de cambio creciente con la incógnita en la cantidad de cambio. Este problema mantiene la misma estructura semántica que el problema 7 propuesto en la tercera sesión de la propuesta didáctica, pero utilizando un material manipulativo diferente. Aunque este problema tuvo cierto grado de éxito de resolución entre los alumnos, queremos comprobar si son capaces de resolverlo de manera autónoma.

Tras su realización, observamos que responden correctamente la mayor parte de la clase, respondiendo de manera acertada 18 alumnos. La mayoría de los alumnos resuelven de manera manipulativa y utilizando la técnica del recuento progresivo desde el sustraendo hasta el minuendo. Algún niño resuelve con una resta pero la mayoría comprende el problema como si fuera una suma: $7+5$.

Por tanto, comprobamos que este problema alcance un alto grado de éxito en su resolución. También observamos que los alumnos han adquirido un mayor dominio en la modelización y representación del problema. En la siguiente figura se puede observar la representación con dibujos que hace una niña.

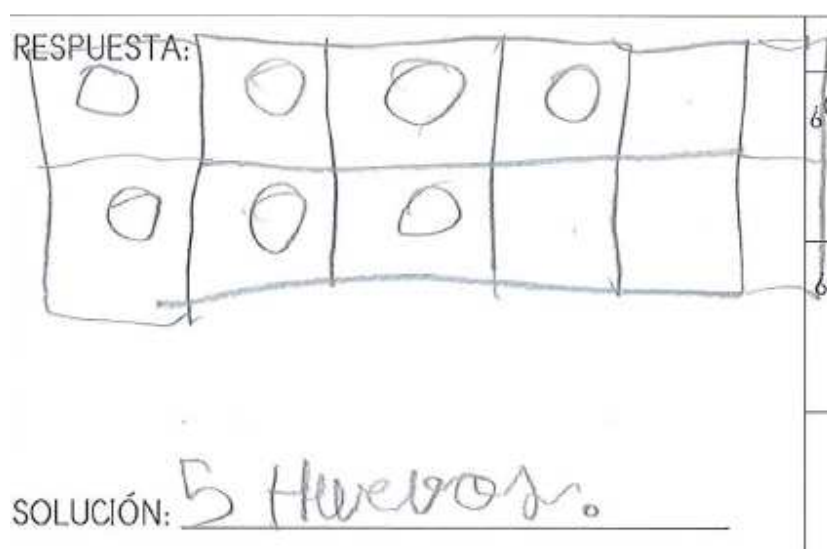


Figura 36. Problema de cambio de la prueba final

Problema 3. *Tú tienes 13 palillos y tu compañero tiene 9 palillos. ¿Quién tiene más? ¿Cuántos palillos más?*

Es un problema de comparación de aumento con la incógnita en la diferencia. Este problema es similar a uno realizado en la prueba inicial, con una pequeña modificación en los datos. En dicha prueba inicial evidenciamos que los alumnos no sabían resolver este tipo de problemas. De esta manera, pretendemos evaluar el grado de aprendizaje de los alumnos tras la intervención de nuestra propuesta.

Una vez finalizado, comprobamos que más de a mitad del grupo resuelven de manera correcta, utilizando técnicas de recuento de la diferencia. Otros resuelven con una suma: $9+4$. Sin embargo, la mayoría no escribe la sentencia numérica. En la puesta en común, algunos escolares muestran dificultades para comprender que se resuelve con la operación aritmética de la resta. También, observamos, que todavía hay alumnos que utilizan estrategias superficiales apoyándose de palabra clave "más" y resolviendo con la suma de los datos: $13+9$.

En la siguiente figura se puede observar la representación con dibujos de un niño, realizando el emparejamiento de los datos y anotando la solución sin la sentencia numérica.

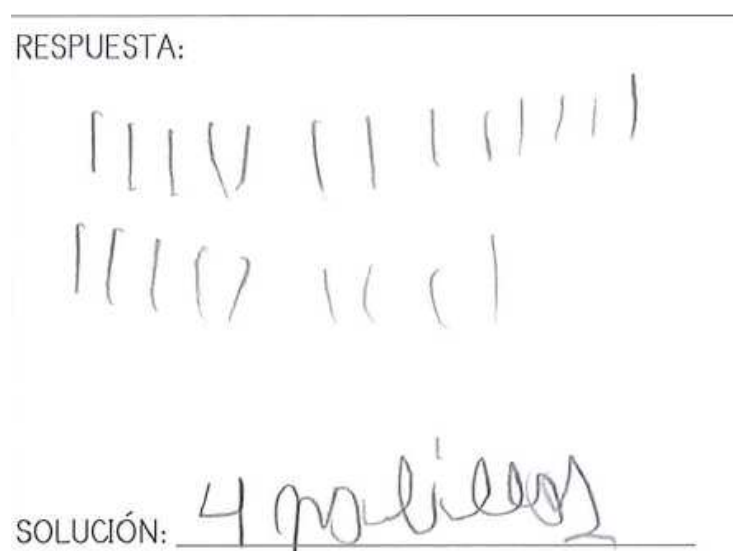


Figura 37. Problema de comparación de la prueba final

5.4 Valoración de resultados

Una vez puesta en práctica la intervención de nuestra propuesta didáctica, y tras el análisis de la prueba final, vamos a exponer las valoraciones de los resultados obtenidos en esta evaluación final.

En general, podemos afirmar que se ha obtenido aproximadamente un 75% de porcentaje del nivel de éxito de estos problemas con respecto en la valoración inicial. A pesar de que los problemas presentan cierto grado de dificultad, según la estructura semántica de Cid et al. (2013), ya que la incógnita no está situada en la cantidad final, los porcentajes de éxito han sido positivos.

También, hemos comprobado que los escolares ya conocen, comprenden y siguen las fases del proceso de resolución de problemas aritméticos.

Sin embargo, todavía hay alumnos que presentan dificultades en la comprensión del enunciado, especialmente cuando en el enunciado aparecen palabras clave. Esto es debido a que los niños siguen utilizando estrategias superficiales asociando las palabras clave con una determinada operación aritmética, resultados coincidentes con los obtenidos por Ramírez (2015).

Asimismo, hemos observado que los alumnos ahora muestran dominio en la modelización con los materiales manipulativos, facilitando el aprendizaje de manera práctica y concreta, como aconsejan en su propuesta didáctica De Castro y Ramírez (2016). No obstante, se aprecian algunos fallos en la representación con dibujos realizados en su ficha individual, tratándose de errores procedimentales tal y como señalan Orrantia y Vicente (2006).

Además, hemos apreciado que en el proceso de resolución los alumnos utilizan diferentes estrategias de recuento tanto de la suma como de la resta. Por lo que hemos visto un avance progresivo en estas estrategias, concretamente, el recuento de la diferencia en los problemas de comparación. Al mismo tiempo, en conformidad con las aportaciones de De Castro y Escorial (2007), mediante las interacciones sociales, los niños verbalizan y entienden las estrategias utilizadas por los compañeros, aumentando la comprensión sobre el proceso y promoviendo un aprendizaje social.

Por otro lado, una parte del alumnado todavía no identifica la sentencia numérica de los problemas. Por ejemplo, como se observa en la figura 35, en el problema de

combinación con la incógnita en la cantidad parcial, el problema es resuelto con la operación aritmética de la suma, en lugar de la resta.

Por lo tanto, los niños han adquirido dominio en la modelización y son conscientes de las estrategias utilizados mediante la verbalización. Sin embargo, en líneas generales, todavía no han alcanzado la transcripción al lenguaje gráfico y simbólico, estableciendo las conexiones entre los conocimientos formales e informales matemáticos, conclusiones apreciadas en los trabajos de Carpenter et al. (1999).

Por otra parte, se pidió a los alumnos que anotaran en la ficha de la prueba final una serie de ítems correspondientes a cada problema, del mismo modo que para la secuencia didáctica. Recordar, que en el cuestionario se preguntaba si se había comprendido el enunciado, si se habían realizado dibujos y si creían haber resuelto bien o mal el problema. Analizados estos ítems, podemos deducir que las valoraciones de los escolares son acordes a sus respuestas en la resolución de los problemas, tal y como ya lo hicieron en los registros de las fichas de la secuencia de problemas de la intervención.

Igualmente, en esta prueba final, solicitamos a los alumnos que respondieran a las siguientes preguntas de valoración:

- A. *¿Te gusta realizar problemas de matemáticas?*
- B. *¿Prefieres usar materiales para resolver tareas?*
- C. *¿Te gustaría continuar haciendo problemas de matemáticas de la misma manera?*

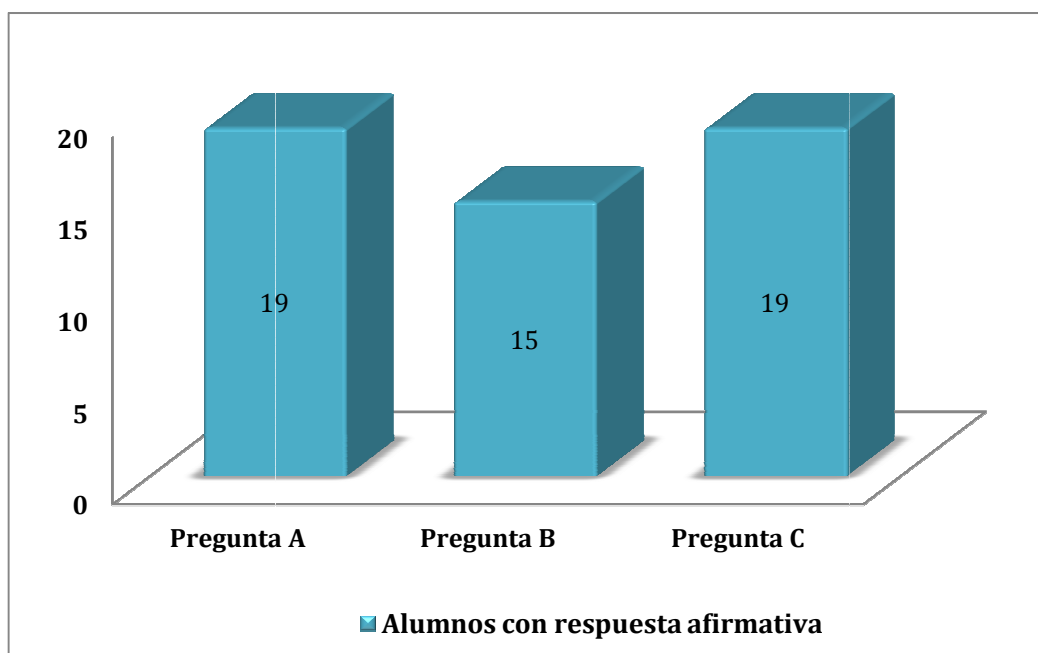


Figura 38. Valoración con las respuestas afirmativas de los alumnos

Como se muestra en el gráfico de la figura 38, de manera mayoritaria, aproximadamente el 100% de porcentaje de los alumnos responden afirmativamente a la primera pregunta. Asimismo, el 75% del grupo subraya su preferencia en la utilización de materiales. Por último, a casi todos los alumnos les gustaría seguir resolviendo problemas con el mismo procedimiento.

Finalmente, podemos concluir que los resultados de la prueba final han sido satisfactorios, y más, teniendo en cuenta la evaluación inicial. Valoramos muy positivamente que la enseñanza de las fases del proceso de resolución de problemas de manera guiada ha permitido que los alumnos comprendan las acciones para la resolución de problemas.

Al mismo tiempo, valoramos que los niños han adquirido una verdadera comprensión de contenidos esenciales, como es el caso de las técnicas de conteo, mediante el planteamiento de situaciones aditivo-concretas con la resolución de problemas, promoviendo aprendizajes significativos, resultados que se confirman con las investigaciones de Puig Espinosa y Cerdán (1998).

En este sentido, Echenique (2006) sostiene que para que los alumnos aprendan a resolver problemas, debemos ofrecerles situaciones donde poder explicar y ejecutar los procesos de pensamiento que tienen lugar y, así, poder tomar conciencia de ellos.

No obstante, sería recomendable la continuación de la enseñanza de los problemas de combinación, cambio y comparación, modificando las variables. Es decir, debemos seguir planteando situaciones problemáticas, variando la contextualización o aumentando el tamaño de los datos. En definitiva, se trata de seguir poniendo en práctica este tipo de problemas aumentando su grado de dificultad. De este modo, en base a las argumentaciones de Ramírez (2015), ofreceremos a los niños oportunidades para desarrollar sus estrategias, conectando sus conocimientos previos con situaciones problemáticas nuevas.

6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Consideramos que hemos logrado los objetivos propuestos en este documento, permitiendo establecer las siguientes conclusiones:

1ª) Respecto al primer objetivo de este trabajo "establecer un marco teórico y un análisis legislativo sobre la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas aritméticos sobre el que se fundamenta nuestra propuesta de intervención"; las investigaciones revisadas subrayan que la resolución de problemas es la piedra angular de la educación matemática. Esto nos orienta a establecer la enseñanza de la resolución de problemas como un instrumento para el desarrollo de conocimientos matemáticos promoviendo la producción de aprendizajes significativos y funcionales, ya que las características esenciales de la actividad matemática se manifiestan mientras se resuelven problemas, como afirman Puig Espinosa y Cerdán (1998).

El marco legislativo del currículo aragonés de la etapa de Educación Primaria sigue esta misma línea. Sin embargo, tras su análisis deducimos que los problemas son concebidos como una aplicación de los conocimientos matemáticos, en lugar de ser una vía, una herramienta para la construcción de una verdadera comprensión, como así apuntan investigaciones más recientes de Cid et al. (2013). Además, consideramos que las indicaciones didácticas son demasiado genéricas como orientación en nuestra labor docente.

Con el estudio de la clasificación de los problemas aritméticos aditivos concluimos que las variables didácticas como la estructura semántica, el grado de contextualización y el tamaño de los datos, influyen en la comprensión de los alumnos, por lo que es fundamental considerarlos para conseguir los aprendizajes deseados.

2) En relación al segundo objetivo: "caracterizar la enseñanza actual de la resolución de problemas en el primer curso de Educación Primaria desde el contexto del aula, el análisis del libro de texto utilizado y la valoración de los resultados de la prueba indagatoria realizada".

El análisis del libro de texto nos muestra que los contextos en los que aparecen los problemas aritméticos tienden a ser estereotipados, alejados de los intereses de los alumnos, convirtiéndolo en poco estimulantes, coincidiendo con los estudios de Orrantia et al. (2005). Asimismo, observamos que en cada tema solo hay una sección

para la resolución de problemas, por lo que el aprendizaje de estos procesos no constituye el eje principal de la actividad matemática. Además, los problemas no están planteados con una graduación de dificultad y son agrupados propiciando estrategias superficiales para la ejecución del problema. La presentación de los problemas es expuesta con un proceso de resolución muy guiado y pautado, lo que conlleva a una excesiva modelización, dificultando su aprendizaje.

Diseñamos una prueba inicial con seis problemas aritméticos aditivos de una etapa, fuertemente contextualizados, con las categorías semánticas de combinación, cambio y comparación y con el tamaño de los datos menores de 20.

La valoración de esta prueba nos lleva a la reflexión de que los alumnos tienen un mayor conocimiento de los problemas de cambio y combinación con la incógnita al final. Estos resultados validan las investigaciones de Cid et al. (2013) sobre la graduación de dificultad de los problemas aritméticos atendiendo a su estructura semántica de la situación aditiva y a la posición de la incógnita. También hemos observado que los alumnos tienden a responder de manera inmediata decidiendo una operación al azar o relacionando palabras clave con la operación, sin establecer una comprensión global del problema, resultados similares con los estudios realizados por Jimeno (2006). Además, hemos constatado que en el proceso de resolución los alumnos utilizan estrategias de recuento muy elementales de manera inconsciente e intuitiva, presentan dificultades en la identificación de la operación aritmética y desconocen las fases del proceso para resolver los problemas.

3) Para alcanzar el objetivo "diseñar una propuesta de trabajo con la secuencia justificada de los problemas propuestos para el grupo del nivel de primero de Educación Primaria" elaboramos una secuencia de enseñanza en base a las conclusiones obtenidas de la prueba indagatoria.

Nuestra propuesta se basa en situaciones didácticas aditivo-concretas a través de la resolución de problemas con el objeto de que los alumnos se inicien en el proceso de resolución de situaciones problemáticas concretas contextualizadas y cotidianas; poniendo en práctica diferentes técnicas y estrategias al mismo tiempo que construyen las nociones matemáticas necesarias para su resolución. Es decir, utilizamos una metodología activa y funcional, con el alumno como protagonista de su propio aprendizaje validada en los trabajos de Cid et al. (2013).

En cada sesión se desarrollan las fases que propone Polya (1995) con la comprensión a través de la manipulación de objetos, la verbalización de lo observado, la utilización de estrategias de recuento y su transcripción al lenguaje gráfico y simbólico, estableciendo conexiones entre los conocimientos informales y los conocimientos formales matemáticos en base a las investigaciones de Carpenter et al. (1999). Por último, realizamos puestas en común, como estrategias comunicativas para verbalizar los procesos mentales. Esto nos ayuda, por un lado, a conocer la forma de razonar de los niños y detectar los posibles errores; por otro lado, permite organizar el pensamiento del niño para producir la explicación, y además, promueve una enseñanza entre los compañeros, es decir, un aprendizaje social de los procesos de resolución, como así se confirma en los trabajos de De Castro y Escorial (2007).

Los problemas formulados en la secuencia de enseñanza se ajustan a una graduación de dificultad creciente, teniendo en cuenta diferentes variables didácticas tal y como proponen Cid et al. (2013).

4) En relación al último objetivo, "implementar y evaluar una propuesta de enseñanza de la resolución de situaciones aditivo-concretas, contextualizadas y cercanas al entorno del alumno", la intervención se va a llevar a cabo a lo largo de cuatro sesiones. En cada sesión son propuestos tres problemas con la misma estructura semántica, pero variando la posición de la incógnita. En la primera sesión se formulan problemas de combinación. En la segunda y tercera sesión se proponen problemas de cambio. Y en la cuarta sesión se plantean problemas de comparación.

Finalmente, elaboramos una prueba final con tres problemas no estereotipados, fuertemente contextualizados y con el tamaño de los datos inferior a 20.

La valoración de los resultados de la intervención y de la prueba final ha sido satisfactoria y más teniendo en cuenta la evaluación inicial. Hemos comprobado que los escolares comprenden y desarrollan las fases del proceso de resolución de problemas mostrando dominio en la modelización y utilizando técnicas de recuento de manera consciente, aunque una parte del alumnado todavía no identifica la sentencia numérica.

Sin embargo, advertimos dificultades relacionadas con la comprensión del enunciado de la situación problemática cuando se trata de problemas no estereotipados. Lo que podemos atribuir a las escasas situaciones a las que se han enfrentado los alumnos hasta el momento. También, se observan errores en la representación,

especialmente en la representación con dibujos, y en la identificación de la operación aritmética. Además, aparecen confusiones al asociar palabras clave con la operación aritmética, utilizando estrategias superficiales como señala Ramírez (2015).

Por otra parte, subrayar que los niños manifiestan que les gustaría continuar resolviendo problemas con este mismo procedimiento y utilizando materiales.

Por tanto, es conveniente continuar la enseñanza de la resolución de problemas modificando las variables como el tamaño de los datos, la posición de la incógnita y la contextualización a través de situaciones didácticas aditivo concretas. Tal y como señalan Carpenter et al. (1999) esto implica la construcción de significados y el desarrollo de la competencia matemática propiciando un aprendizaje verdaderamente comprensivo. Es decir, los niños se ven inmersos en procesos de modelización, razonamiento, comunicación estableciendo conexiones entre los conocimientos propios y los de sus compañeros (De Castro et al., 2012).

Como conclusión, dada la viabilidad de esta propuesta didáctica y que es perfectamente transferible a otras aulas de primero, creemos firmemente imprescindible llevar a cabo una continuidad de esta metodología en la enseñanza de resolución de problemas aritméticos en los siguientes cursos escolares con este mismo grupo de alumnos.

Finalmente, desde mi reflexión personal, la realización de este trabajo me ha permitido profundizar en la enseñanza del proceso de resolución de problemas aritméticos a través de situaciones didácticas aditivo concretas. Por lo que su estudio repercute positivamente en mi labor como maestra.

Considero que el papel del docente es fundamental. Para enseñar a resolver problemas debemos estimular la reflexión en el alumnado encaminándolo con preguntas pertinentes y aplicando hábitos de pensamiento que constituyan un método de resolución mediante contextos cercanos y funcionales, adecuados a su nivel curricular.

Los docentes debemos fomentar que los alumnos verbalicen el pensamiento en un clima propicio en el aula. En base a las aportaciones de Jimeno (2006), debemos conceder una gran importancia a las interacciones sociales creando una comunidad de aprendizajes en el aula para construir significados compartidos mediante un aprendizaje social.

Tal y como afirma Polya (1995), los docentes tenemos en nuestras manos la llave del éxito. No se trata de enseñar a los alumnos a resolver problemas, se trata de enseñar a pensar utilizando los propios problemas como herramientas en un ambiente que estimule en los niños la curiosidad, con el fin de despertar en ellos el gusto por la investigación, la búsqueda, el respeto a los compañeros y las actitudes de colaboración.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ayala, C.L., Galve, J.L., Mozas y L. y Trallero, M. (2008). *La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas elementales*. Madrid. CEPE, pp. 63-71.
- Carpenter, T.P. (1999). *Las matemáticas que hacen los niños*. Traducción de C. de Castro y M. Linares.
- Cid, E., Escolano, R. y Muñoz, J.M. (2013). *Didáctica del número natural en Educación Primaria*. Apuntes de clase. Departamento de Matemáticas. Universidad de Zaragoza.
- De Castro, C. y Escorial, B. (2007). *Resolución de problemas aritméticos verbales en la Educación Infantil: Una experiencia de enfoque investigativo*. Indivisa, monografía IX, pp. 23-47.
- De Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M.L., Martínez, S. y Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil. *Números*, 80, 53-70.
- De Castro, C. y Ramírez, M. (2013). *Dos aspectos de la enseñanza de la aritmética mediante la resolución de problemas en la transición de educación infantil a primaria*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- De Castro, C. y Ramírez, M. (2016). Formalización progresiva en matemáticas: el caso de la adición en primer curso de primaria. *Números*. V. 93, pp. 75-92
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Educación Primaria. Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.
- Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En D.A. Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 243-275. New York: Macmillan
- Gaulin, C (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, nº 19, pp. 51-63.

- Jimeno Pérez, M. (2006). *¿Por qué las niñas y niños no aprenden matemáticas?* Barcelona. Octaedro.
- Juidías Barroso, J. y Rodríguez Ortiz, I.R (2007). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos*. Revista de educación, 342, pp. 257-286.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2253636>
- Luceño Campos, J.L., (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Ediciones Aljibe. Archidona (Málaga).
- Martínez, J. y. Sánchez, C. (2013). *Resolución de problemas y método ABN*. Madrid.
- Maza Gómez, C. (1989). *Sumar y restar. El proceso de enseñanza/aprendizaje de la suma y de la resta*. Editorial Visor
- ORDEN de 16 de junio de 2014, de la Consejera de Educación, Universidad, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Autónoma de Aragón (BOA de 20/06/2014).
- Orrantía, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y Aprendizaje*, 26(4), 451-468.
- Orrantía, J., González, L. y Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria. *Infancia y Aprendizaje*, p. 28(4), 429-451.
- Orrantía, J. y Vicente, S. (2006). La resolución de problema en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En J.I. Navarro y M. Aguilar (Eds.), *Aprender matemática a temprana edad. Libro de Actas del Simposio Internacional sobre Matemática Temprana* (pp. 81-104). Cádiz, España: Universidad de Cádiz.
- Polya, G. (1995): *Cómo plantear y resolver problemas*. México D.F. Trillas.

Puig Espinosa, L.; Cerdán Pérez, F. (1998). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid. Síntesis, D.L.

Ramírez, M. (2015). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de Educación Primaria*. Tesis Doctoral.

~ 81 ~

PROBLEMA 5. Tienes 14 pinturas, unas son plastidecor y otras de madera. Si 8 son de plastidecor, ¿cuántas pinturas son de madera?

RESPUESTA:

RODEA LO QUE SEA CIERTO

Entiendo el problema: SI NO

Para pensarlo he utilizado:

- PINTURAS
- LOS DEDOS
- DIBUJOS

Para resolverlo he:

CONTADO

HECHO UNA SUMA

HECHO UNA RESTA

Después de resolverlo:
ESTOY SEGURO QUE ESTÁ BIEN
NO SÉ SI ESTÁ BIEN

SOLUCION: _____

PROBLEMA 6. Tú tienes 7 palillos. Si tu compañero tiene 3 palillos más que tú, ¿cuántos palillos tiene tu compañero?

RESPUESTA:

RODEA LO QUE SEA CIERTO

Entiendo el problema: SI NO

Para pensarlo he utilizado:

- PINTURAS
- LOS DEDOS
- DIBUJOS

Para resolverlo he:

CONTADO

HECHO UNA SUMA

HECHO UNA RESTA

Después de resolverlo:
ESTOY SEGURO QUE ESTÁ BIEN
NO SÉ SI ESTÁ BIEN

SOLUCION:

<p>PROBLEMA 3. En el gimnasio del colegio hay 14 balones. Si 8 son de fútbol, ¿cuántos balones de baloncesto hay?</p>	
<p>RESPUESTA:</p>	<p>RODEA</p>
	<p>¿Comprendo el problema?</p> <p>SI NO</p>
	<p>¿He dibujado el problema?</p> <p>SI NO</p>
	<p>¿Cómo lo he resuelto?</p> <p>BIEN MAL</p>
<p>SOLUCIÓN: _____</p>	

SESIÓN 2

Nombre: _____ Fecha: _____

PROBLEMA 4. Tengo 14 palillos, si mi compañero me da 5 suyos. ¿Cuántos palillos tengo ahora?	
RESPUESTA:	RODEA
	¿Comprendo el problema? SI NO
	¿He dibujado el problema? SI NO
SOLUCIÓN: _____	¿Cómo lo he resuelto? BIEN MAL

<p>PROBLEMA 5. Tengo 12 palillos y se pierden 4. ¿Cuántos palillos tengo ahora?</p>		
<p>RESPUESTA:</p>	<p>RODEA</p>	
	<p>¿Comprendo el problema?</p>	
	<p>SI</p>	<p>NO</p>
	<p>¿He dibujado el problema?</p>	
<p>SOLUCIÓN: _____</p>	<p>SI</p>	<p>NO</p>
	<p>¿Cómo lo he resuelto?</p>	
	<p>BIEN</p>	<p>MAL</p>

PROBLEMA 6. Se rompen 2 palillos y ahora tengo 5 palillos en total.
¿Cuántos palillos tenía al principio?

RESPUESTA:

RODEA

¿Comprendo el problema?

SI

NO

¿He dibujado el problema?

SI

NO

¿Cómo lo he resuelto?

BIEN

MAL

SOLUCIÓN: _____

SESIÓN 3

Nombre: _____

Fecha: _____

PROBLEMA 7. Tengo 9 lacasitos. En una bolsa me he encontrado algunos, y ahora tengo 13 lacasitos. ¿Cuántos lacasitos me he encontrado?

RESPUESTA:

RODEA

¿Comprendo el problema?

SI

NO

¿He dibujado el problema?

SI

NO

¿Cómo lo he resuelto?

BIEN

MAL

SOLUCIÓN: _____

PROBLEMA 8. Tenía 13 lacasitos. Pero me he comido algunos y ahora tengo 7. ¿Cuántos lacasitos me he comido?

RESPUESTA:

RODEA

¿Comprendo el problema?

SI

NO

¿He dibujado el problema?

SI

NO

¿Cómo lo he resuelto?

BIEN

MAL

SOLUCIÓN: _____

PROBLEMA 9. La profesora me regala 3 lacasitos y ahora tengo 7 lacasitos en total. ¿Cuántos lacasitos tenía al principio?

RESPUESTA:

RODEA

¿Comprendo el problema?

SI

NO

¿He dibujado el problema?

SI

NO

¿Cómo lo he resuelto?

BIEN

MAL

SOLUCIÓN: _____

SESIÓN 4

Nombre: _____

Fecha: _____

PROBLEMA 10. Tengo 10 vasos y 4 cucharas. ¿Cuántos vasos más que cucharas hay?

RESPUESTA:

RODEA

¿Comprendo el problema?

SI

NO

¿He dibujado el problema?

SI

NO

¿Cómo lo he resuelto?

BIEN

MAL

SOLUCIÓN: _____

PROBLEMA 11. Tengo 7 cucharillas. Si mi compañero tiene 5 cucharillas más que yo. ¿Cuántas cucharillas tiene mi compañero?

RESPUESTA:

RODEA

¿Comprendo el problema?

SI

NO

¿He dibujado el problema?

SI

NO

¿Cómo lo he resuelto?

BIEN

MAL

SOLUCIÓN: _____

<p>PROBLEMA 2. Tengo una huevera con 7 huevos. Compro algunos en la tienda y ahora tengo la huevera completa con 12 huevos. ¿Cuántos huevos he comprado?</p>	RODEA
	¿Comprendo el problema? SI NO
	¿He dibujado el problema? SI NO
	¿Cómo lo he resuelto? BIEN MAL
SOLUCIÓN:	

Rodea Si / No

~ 92 ~

ANEXO 4. RÚBRICA DE EVALUACIÓN

		Problema 1	Problema 2	Problema 3
Comprenden el problema	Sí			
	No			
Modelizan el problema	Bien			
	Mal			
Realizan el conteo	Bien			
	Mal			
Técnicas de conteo utilizadas para la suma	Conteo de todos			
	Recitado del 1 ^{er} sumando y conteo del 2 ^o sumando			
	Recitado del sumando mayor y conteo del sumando menor			
	Conteo a partir del sumando mayor			
Técnicas de conteo utilizadas para la resta	Conteo de lo que queda			
	Conteo hacia atrás			
	Conteo de la diferencia			
	Conteo progresivo desde el sustraendo al minuendo			
	Conteo hacia atrás desde el minuendo al sustraendo			
Identifica la operación correcta	Sí			
	No			
Resuelven el problema	Bien			
	Mal			
Observaciones				